DAS MATHEBUCH – Lösung zu Aufgabe zqWNwM

Gegeben sind die Funktionen $f(x) = x^2 + 4x + 3$ und $g(x) = x^2 + 4x + 5$.

a) Berechnen Sie die Nullstellen der beiden Funktionen, sofern sie existieren.

$$\begin{aligned} f(x) &= 0 \\ 0 &= x^2 + 4x + 3 \\ x_{1/2} &= -2 \pm \sqrt{2^2 - 3} \\ x_1 &= -1 \quad \vee \quad x_2 = -3 \\ &\Rightarrow S_{x1}(-1 \mid 0), \quad S_{x2}(-3 \mid 0) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} g(x) &= 0 \\ 0 &= x^2 + 4x + 5 \\ x_{1/2} &= -2 \pm \sqrt{2^2 - 5} \\ 2^2 - 5 &= -1 \end{aligned}$$

Der Term unter der Wurzel ist negativ. $\Rightarrow$ keine Nullstellen

b) Entscheiden Sie anhand der Ergebnisse aus Teilaufgabe a), aber ohne weitere Rechnung, bei welcher der beiden Funktionen der Scheitelpunkt unterhalb der x-Achse liegt. Begründen Sie Ihre Entscheidung.

Bei $f(x)$ muss der Scheitelpunkt unterhalb der x-Achse liegen, da sie zwei Nullstellen besitzt und nach oben geöffnet ist.

c) Stellen Sie beide Funktionen in der Scheitelpunktform dar.

$$\begin{aligned} f(x) &= x^2 + 4x + 3 \\ &= x^2 + 4x + 4 - 4 + 3 \\ &= (x+2)^2 - 4 + 3 \\ &= (x+2)^2 - 1 \\ &\Rightarrow S(-2 \mid -1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} g(x) &= x^2 + 4x + 5 \\ &= x^2 + 4x + 4 - 4 + 5 \\ &= (x+2)^2 - 4 + 5 \\ &= (x+2)^2 + 1 \\ &\Rightarrow S(-2 \mid 1) \end{aligned}$$

d) Erläutern Sie, weshalb sich die Graphen der Funktionen f und g nicht schneiden.

Die Funktionen unterscheiden sich lediglich durch den y-Achsenabschnitt und sie liegen somit ineinander. Der Graph von g ist der um 2 Einheiten nach oben verschobene Graph von f, daher haben die Graphen keine gemeinsamen Punkte.

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**