DAS MATHEBUCH – Lösung zu Aufgabe zhXRfn

Untersuchen Sie rechnerisch, ob die Gerade $g(x)$ eine Sekante, Tangente oder Passante zur Funktion $f(x)$ ist. Berechnen Sie gegebenenfalls die Koordinaten der Schnittpunkte.

a) $f(x) = x^2 + 2x - 3, \quad g(x) = -x + 1$

$$\begin{aligned} f(x) &= g(x) \\ x^2 + 2x - 3 &= -x + 1 && | -x^2 - 2x + 3 \\ 0 &= -x^2 - 3x + 4 && | :(-1) \\ 0 &= x^2 + 3x - 4 \\ x_{1/2} &= -1.5 \pm \sqrt{1.5^2 + 4} \\ x_1 = 1 \quad &\vee \quad x_2 = -4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} g(1) &= -1 + 1 = 0 && \Rightarrow P_1(1 \mid 0) \\ g(-4) &= -(-4) + 1 = 5 && \Rightarrow P_2(-4 \mid 5) \end{aligned}$$

Zwei Schnittpunkte $\Rightarrow g(x)$ ist eine Sekante.

b) $f(x) = x^2 - 6x + 9, \quad g(x) = 4$

$$\begin{aligned} f(x) &= g(x) \\ x^2 - 6x + 9 &= 4 && | -x^2 + 6x - 9 \\ 0 &= -x^2 + 6x - 5 && | :(-1) \\ 0 &= x^2 - 6x + 5 \\ x_{1/2} &= 3 \pm \sqrt{3^2 - 5} \\ x_1 = 5 \quad &\vee \quad x_2 = 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} g(5) &= 4 && \Rightarrow P_1(5 \mid 4) \\ g(1) &= 4 && \Rightarrow P_2(1 \mid 4) \end{aligned}$$

Zwei Schnittpunkte $\Rightarrow g(x)$ ist eine Sekante.

c) $f(x) = 2x^2 - 4x + 3, \quad g(x) = x + 3$

$$\begin{aligned} f(x) &= g(x) \\ 2x^2 - 4x + 3 &= x + 3 && | -2x^2 + 4x - 3 \\ 0 &= -2x^2 + 5x \\ &= x(-2x + 5) && | \, x_1 = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -2x + 5 &= 0 && | -5 \\ -2x &= -5 && | :(-2) \\ x_2 &= 2.5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} g(0) &= 0 + 3 = 3 && \Rightarrow P_1(0 \mid 3) \\ g(2.5) &= 2.5 + 3 = 5.5 && \Rightarrow P_2(2.5 \mid 5.5) \end{aligned}$$

Zwei Schnittpunkte $\Rightarrow g(x)$ ist eine Sekante.

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

d) $f(x) = 0.5x^2 - 3x - 4, \quad g(x) = -x + 2$

$$\begin{aligned} f(x) &= g(x) \\ 0.5x^2 - 3x - 4 &= -x + 2 && | -0.5x^2 + 3x + 4 \\ 0 &= -0.5x^2 + 2x + 6 && | :(-0.5) \\ 0 &= x^2 - 4x - 12 \\ x_{1/2} &= 2 \pm \sqrt{2^2 + 12} \\ x_1 &= 6 \quad \vee \quad x_2 = -2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} g(6) &= -6 + 2 = -4 && \Rightarrow P_1(6 \mid -4) \\ g(-2) &= -(-2) + 2 = 4 && \Rightarrow P_2(-2 \mid 4) \end{aligned}$$

Zwei Schnittpunkte $\Rightarrow g(x)$ ist eine Sekante.

e) $f(x) = -x^2 + 4x - 4, \quad g(x) = x + 2$

$$\begin{aligned} f(x) &= g(x) \\ -x^2 + 4x - 4 &= x + 2 && | +x^2 - 4x + 4 \\ 0 &= x^2 - 3x + 6 \\ x_{1/2} &= 1.5 \pm \sqrt{1.5^2 - 6} \\ &= 1.5 \pm \sqrt{-3.75} \end{aligned}$$

Der Term unter der Wurzel ist negativ. $\Rightarrow$ keine Schnittpunkte

Kein gemeinsamer Punkt $\Rightarrow g(x)$ ist eine Passante.

f) $f(x) = x^2 + 4, \quad g(x) = -2x + 3$

$$\begin{aligned} f(x) &= g(x) \\ x^2 + 4 &= -2x + 3 && | -x^2 - 4 \\ 0 &= -x^2 - 2x - 1 && | :(-1) \\ 0 &= x^2 + 2x + 1 \\ x_{1/2} &= -1 \pm \sqrt{1^2 - 1} \\ &= -1 \pm \sqrt{0} \\ x &= -1 \end{aligned}$$

$$g(-1) = -2 \cdot (-1) + 3 = 5 \quad \Rightarrow P(-1 \mid 5)$$

Der Term unter der Wurzel ist null. $\Rightarrow$ ein Berührpunkt, $g(x)$ ist eine Tangente.

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**