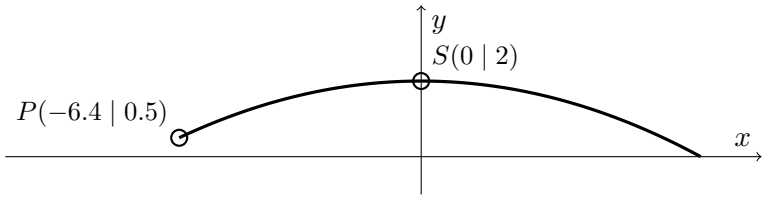
DAS MATHEBUCH – Lösung zu Aufgabe zLT3V3

Ein Tennisspieler analysiert die Flugbahn seines Vorhandschlags. Dabei werden folgende Werte gemessen: Der Ball wird genau über der T-Linie in einer Höhe von 50 cm geschlagen. Während seines Fluges bewegt er sich parallel zur Seitenlinie und erreicht seine maximale Höhe von 2 m exakt über dem Netz.
Hinweis: Länge des Spielfeldes insgesamt: 23.77 m, Entfernung der T-Linie vom Netz: 6.4 m

a) Landet der Ball innerhalb des Spielfelds?

Das Netz liegt bei $x = 0$, der Abschlagpunkt bei $P(-6.4 \mid 0.5)$, der höchste Punkt bei $S(0 \mid 2)$.



$$\begin{aligned} f(x) &= a(x-d)^2 + e \\ &= a(x-0)^2 + 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(-6.4) &= 0.5 \\ a(-6.4-0)^2 + 2 &= 0.5 && \mid -2 \\ a \cdot 40.96 &= -1.5 && \mid :40.96 \\ a &\approx -0.0366 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow f(x) = -0.0366(x-0)^2 + 2 = -0.0366x^2 + 2$$

$$\begin{aligned} f(x) &= 0 \\ -0.0366x^2 + 2 &= 0 && \mid -2 \\ -0.0366x^2 &= -2 && \mid :(-0.0366) \\ x^2 &\approx 54.64 && \mid \sqrt{} \\ x_1 \approx 7.392 \quad &\vee \quad x_2 \approx -7.392 \end{aligned}$$

Da die Grundlinie $l = 23.77 : 2 = 11.885$ m vom Netz entfernt ist, trifft der Ball in einer Entfernung von etwa 7.39 m vom Netz innerhalb des Spielfeldes auf.

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

b) Angenommen, der Ball wird über der T-Linie in 1.45 m Höhe geschlagen und erreicht seine maximale Höhe von 2 m weiterhin über dem Netz – wie weit würde der Ball in diesem Fall fliegen?

$P(-6.4 \mid 1.45)$, $S(0 \mid 2)$

$$\begin{aligned} f(x) &= a(x-d)^2 + e \\ &= a(x-0)^2 + 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(-6.4) &= 1.45 \\ a(-6.4-0)^2 + 2 &= 1.45 && \mid -2 \\ a \cdot 40.96 &= -0.55 && \mid :40.96 \\ a &\approx -0.0134 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow f(x) = -0.0134x^2 + 2$$

$$\begin{aligned} f(x) &= 0 \\ -0.0134x^2 + 2 &= 0 && \mid -2 \\ -0.0134x^2 &= -2 && \mid :(-0.0134) \\ x^2 &\approx 149.25 && \mid \sqrt{} \\ x_1 \approx 12.217 \quad &\vee \quad x_2 \approx -12.217 \end{aligned}$$

Der Ball landet etwa 12.22 m hinter dem Netz. Er fliegt also in Längsrichtung etwa $6.4\,\text{m} + 12.22\,\text{m} = 18.62\,\text{m}$ weit. Wegen $12.22\,\text{m} > 11.885\,\text{m}$ landet der Ball nicht mehr im Feld.

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

c) Nun wird der Ball direkt über der Grundlinie in 50 cm Höhe getroffen und fliegt ebenfalls parallel zur Seitenlinie. Er landet genau auf der gegenüberliegenden Grundlinie. Über dem Netz erreicht der Ball dabei eine Höhe von 2.20 m. Wie hoch ist der Ball an seinem höchsten Punkt?

Mit $11.885 \approx 11.89$: $P(-11.89 \mid 0.5)$, $Q(11.89 \mid 0)$, $R(0 \mid 2.2)$

$$\begin{aligned}
0.5 &= a \cdot (-11.89)^2 + b \cdot (-11.89) + c &&= 141.3721a - 11.89b + c \\
0 &= a \cdot 11.89^2 + b \cdot 11.89 + c &&= 141.3721a + 11.89b + c \\
2.2 &= a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c &&= c
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&\text{III} && c = 2.2 \\
&\text{I} && 141.3721a - 11.89b + 2.2 = 0.5 && \mid -2.2 \\
& && 141.3721a - 11.89b = -1.7 \\
&\text{II} && 141.3721a + 11.89b + 2.2 = 0 && \mid -2.2 \\
& && 141.3721a + 11.89b = -2.2
\end{aligned}$$

$$\left(\begin{array}{cc|c} 141.3721 & -11.89 & -1.7 \\ 141.3721 & 11.89 & -2.2 \end{array}\right) \qquad \text{II} - \text{I}$$

$$\left(\begin{array}{cc|c} 141.3721 & -11.89 & -1.7 \\ 0 & 23.78 & -0.5 \end{array}\right)$$

$$\begin{aligned}
&\text{II} && 23.78b = -0.5 && \mid :23.78 \\
& && b \approx -0.021
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&\text{I} && 141.3721a - 11.89 \cdot (-0.021) = -1.7 \\
& && 141.3721a + 0.2497 = -1.7 && \mid -0.2497 \\
& && 141.3721a = -1.9497 && \mid :141.3721 \\
& && a \approx -0.0138
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\Rightarrow f(x) &= -0.0138x^2 - 0.021x + 2.2 \\
&= -0.0138(x^2 + 1.522x) + 2.2 \\
&= -0.0138(x^2 + 1.522x + 0.761^2 - 0.761^2) + 2.2 \\
&= -0.0138\left((x + 0.761)^2 - 0.761^2\right) + 2.2 \\
&= -0.0138(x + 0.761)^2 + 0.008 + 2.2 \\
&= -0.0138(x + 0.761)^2 + 2.208 \\
&\Rightarrow S(-0.76 \mid 2.21)
\end{aligned}$$

An seinem höchsten Punkt hat der Ball eine Höhe von etwa 2.21 m. Dieser Punkt liegt etwa 0.76 m vor dem Netz.

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**