DAS MATHEBUCH – Lösung zu Aufgabe zCGQee

Gegeben ist die Funktion $g(x) = 2x^3 + 2x^2 - 5.5x - 3$.

a) Prüfen Sie, ob $x = -2$ eine Nullstelle ist.

$$\begin{aligned} g(-2) &= 2 \cdot (-2)^3 + 2 \cdot (-2)^2 - 5.5 \cdot (-2) - 3 \\ &= -16 + 8 + 11 - 3 \\ &= 0 \end{aligned}$$

Wegen $g(-2) = 0$ ist $x = -2$ eine Nullstelle.

b) Führen Sie die Polynomdivision durch $(x + 2)$ durch.

Die Polynomdivision kann hier aus technischen Gründen nur mit Brüchen dargestellt werden. Sie können selbstverständlich mit den Dezimalwerten rechnen.

$$0 = 2x^3 + 2x^2 - 5.5x - 3 \quad | \, x_1 = -2$$

$$\begin{array}{rl} \Big(\quad 2x^3 + 2x^2 - \frac{11}{2}x - 3 \Big) \div \Big(x + 2 \Big) = 2x^2 - 2x - \frac{3}{2} & \\ \underline{- 2x^3 - 4x^2} & \\ \quad - 2x^2 - \frac{11}{2}x & \\ \quad \underline{2x^2 \ + 4x} & \\ \quad - \frac{3}{2}x - 3 & \\ \quad \underline{\frac{3}{2}x + 3} & \\ \quad 0 & \end{array}$$

c) Zerlegen Sie das Restpolynom weiter und bestimmen Sie alle Nullstellen.

$$\begin{aligned} 0 &= 2x^2 - 2x - 1.5 \qquad | :2 \\ &= x^2 - x - 0.75 \\ x_{2/3} &= 0.5 \pm \sqrt{0.5^2 + 0.75} \\ x_2 &= 1.5 \quad \vee \quad x_3 = -0.5 \end{aligned}$$

Damit gilt:

$$\begin{aligned} g(x) &= (x + 2)(2x^2 - 2x - 1.5) \\ &= 2(x + 2)(x - 1.5)(x + 0.5) \end{aligned}$$

Die Nullstellen von g sind $x_1 = -2$, $x_2 = 1.5$ und $x_3 = -0.5$.

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**