DAS MATHEBUCH – Lösung zu Aufgabe z1MNNC

Mike und Nina haben festgestellt, dass ihre Tiefkühltruhe zunehmend vereist, weil die Tür nicht immer richtig geschlossen wird. Dadurch bildet sich eine Eisschicht an den Innenwänden des Kühlraums. Ein Experiment zeigt:

- Bei einer Eisdicke von 2 mm steigt der Energieverbrauch um 6 %,
- bei 5 mm um 15 % und
- bei 9 mm sogar um 35 %.

Da der Zusammenhang zwischen der Eisdicke und dem Energieverbrauch durch eine quadratische Funktion beschrieben werden kann, soll die mathematische Modellierung helfen, den Mehrverbrauch besser zu verstehen und zu optimieren.

a) Ermitteln Sie aus den Angaben die Funktionsgleichung der Form $f(x) = ax^2 + bx + c$.
(Zur Kontrolle: $f(x) = \frac{2}{7}x^2 + x + \frac{20}{7}$)
$A(2 \mid 6)$, $B(5 \mid 15)$, $C(9 \mid 35)$

$$\begin{aligned} 6 &= a \cdot 2^2 + b \cdot 2 + c & &= 4a + 2b + c \\ 15 &= a \cdot 5^2 + b \cdot 5 + c & &= 25a + 5b + c \\ 35 &= a \cdot 9^2 + b \cdot 9 + c & &= 81a + 9b + c \end{aligned}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 4 & 2 & 1 & 6 \\ 25 & 5 & 1 & 15 \\ 81 & 9 & 1 & 35 \end{array}\right) \quad \begin{array}{l} 4 \cdot \text{II} - 25 \cdot \text{I} \\ 4 \cdot \text{III} - 81 \cdot \text{I} \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 4 & 2 & 1 & 6 \\ 0 & -30 & -21 & -90 \\ 0 & -126 & -77 & -346 \end{array}\right) \quad 5 \cdot \text{III} - 21 \cdot \text{II}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 4 & 2 & 1 & 6 \\ 0 & -30 & -21 & -90 \\ 0 & 0 & 56 & 160 \end{array}\right)$$

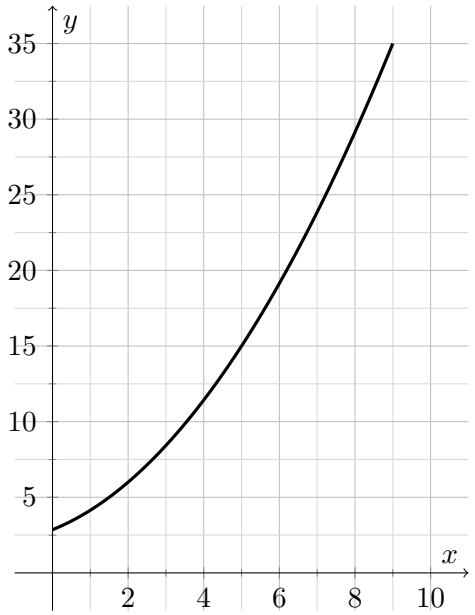
$$\begin{aligned} \text{III} \quad 56c &= 160 && \mid :56 \\ c &= \frac{20}{7} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{II} \quad -30b - 21 \cdot \frac{20}{7} &= -90 && \mid +60 \\ -30b &= -30 && \mid :(-30) \\ b &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{I} \quad 4a + 2 \cdot 1 + \frac{20}{7} &= 6 && \mid -\frac{34}{7} \\ 4a &= \frac{8}{7} && \mid :4 \\ a &= \frac{2}{7} \\ \Rightarrow f(x) &= \frac{2}{7}x^2 + x + \frac{20}{7} \end{aligned}$$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

b) Übertragen Sie $f(x)$ in ein geeignetes Koordinatensystem und stellen Sie den Verbrauch grafisch als Funktion zweiten Grades dar.



c) Berechnen Sie, bei welcher Eisdicke der Mehrverbrauch 50 % beträgt.

$$
\begin{aligned}
f(x) &= 50 \\
\frac{2}{7}x^2 + x + \frac{20}{7} &= 50 && \left| -\frac{2}{7}x^2 - x - \frac{20}{7} \right. \\
0 &= -\frac{2}{7}x^2 - x + \frac{330}{7} && \left| : \left(-\frac{2}{7}\right) \right. \\
0 &= x^2 + 3.5x - 165 \\
x_{1/2} &= -1.75 \pm \sqrt{1.75^2 + 165} \\
x_1 &\approx 11.214 \quad \vee \quad x_2 \approx -14.714
\end{aligned}
$$

Eine negative Eisdicke ist nicht sinnvoll. Bei einer Eisdicke von ca. 11.21 mm beträgt der Mehrverbrauch 50 %.

d) Berechnen Sie die jährlichen Mehrkosten für den Stromverbrauch, wenn der Haushaltskühlschrank ohne Eisbildung 0.8 kWh pro Tag verbraucht und der Strompreis bei 0.30 Euro pro kWh liegt. Bestimmen Sie die Mehrkosten für eine Eisdicke von 5 mm und 9 mm.

$$
\begin{aligned}
\text{Stromkosten ohne Eis:} &\quad 0.8 \cdot 1 \cdot 365 \cdot 0.3 = 87.60 \text{ Euro} \\
\text{Stromkosten bei 5 mm Eis:} &\quad 0.8 \cdot 1.15 \cdot 365 \cdot 0.3 = 100.74 \text{ Euro} \\
\Rightarrow \text{Mehrkosten:} &\quad 100.74 - 87.60 = 13.14 \text{ Euro} \\
\text{Stromkosten bei 9 mm Eis:} &\quad 0.8 \cdot 1.35 \cdot 365 \cdot 0.3 = 118.26 \text{ Euro} \\
\Rightarrow \text{Mehrkosten:} &\quad 118.26 - 87.60 = 30.66 \text{ Euro}
\end{aligned}
$$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**