DAS MATHEBUCH – Lösung zu Aufgabe yENxD8

Die Ostertraum GmbH möchte zum Frühjahr eine neue Produktlinie auf den Markt bringen: zuckerreduzierte Schoko-Osterhasen. Der Verkaufspreis pro Einheit hängt von der produzierten Menge x (Mengeneinheiten, ME) ab und lässt sich durch $p(x) = -0.1x + 5$ beschreiben. Die Herstellungskosten können mit der linearen Funktion $K(x) = 0.9x + 8$ modelliert werden. Alle Beträge sind in Geldeinheiten (GE) angegeben.

a) Bei welcher Produktionsmenge wäre der Marktpreis so niedrig, dass sich der Osterhase nicht mehr verkaufen ließe?

$$\begin{aligned} p(x) &= 0 \\ 0 &= -0.1x + 5 \quad &| +0.1x \\ 0.1x &= 5 \quad &| :0.1 \\ x &= 50 \end{aligned}$$

Ab einer Produktionsmenge von 50 ME lässt sich der Osterhase nicht mehr verkaufen.

b) In welchem Bereich der Produktionsmenge ist die wirtschaftliche Betrachtung der Situation sinnvoll?

Eine wirtschaftliche Betrachtung der Produktionsmenge ist im Bereich $D_{\text{ök}} = [0\,;\,50]$ sinnvoll.

c) Ermitteln Sie die Erlösfunktion in Abhängigkeit von der Verkaufsmenge x.

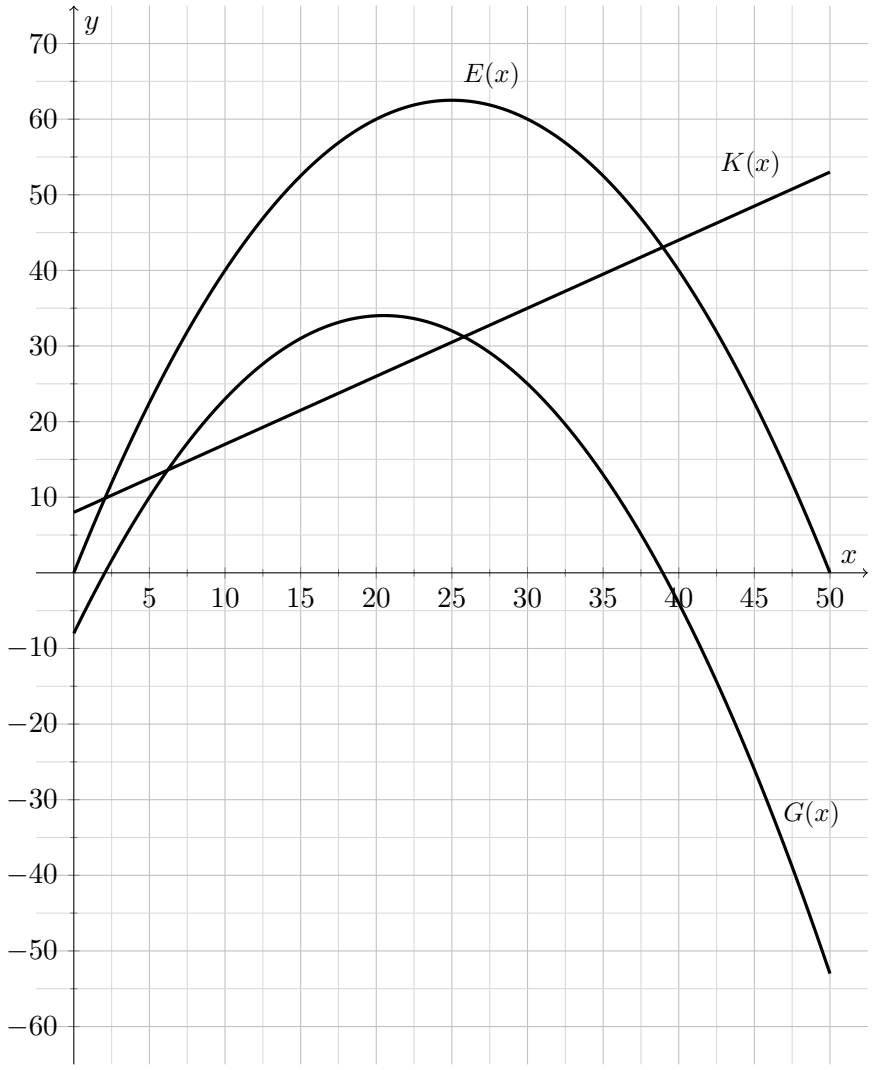
$$\begin{aligned} E(x) &= p(x) \cdot x \\ &= (-0.1x + 5) \cdot x \\ &= -0.1x^2 + 5x \end{aligned}$$

d) Stellen Sie eine Gewinnfunktion in Abhängigkeit von der Verkaufsmenge x auf.

$$\begin{aligned} G(x) &= E(x) - K(x) \\ &= -0.1x^2 + 5x - (0.9x + 8) \\ &= -0.1x^2 + 5x - 0.9x - 8 \\ &= -0.1x^2 + 4.1x - 8 \end{aligned}$$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

e) Stellen Sie den Erlösverlauf $E(x)$, die Kostenkurve $K(x)$ sowie die Gewinnentwicklung $G(x)$ grafisch dar.



f) Ermitteln Sie die Produktionsmengen, bei denen genau kein Gewinn entsteht. In welchem Intervall ist der Betrieb profitabel?

$$
\begin{aligned}
G(x) &= 0 \\
0 &= -0.1x^2 + 4.1x - 8 \qquad | \cdot(-10) \\
0 &= x^2 - 41x + 80 \\
x_{1/2} &= 20.5 \pm \sqrt{20.5^2 - 80} \\
x_G \approx 38.946 \quad &\vee \quad x_S \approx 2.054
\end{aligned}
$$

Bei ca. 2.05 ME und ca. 38.95 ME entsteht genau kein Gewinn. Im Intervall $[2.05\,;\,38.95]$ ist der Betrieb profitabel.

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

g) Wie hoch kann der Gewinn maximal ausfallen?

$$x_M = 2.054 + \frac{38.946 - 2.054}{2} = 20.5$$
$$G(20.5) = -0.1 \cdot 20.5^2 + 4.1 \cdot 20.5 - 8 \approx 34.03$$

Der maximale Gewinn liegt bei ca. 34.03 GE.

h) Für welche Verkaufspreise ist der Betrieb tatsächlich wirtschaftlich rentabel?

$$p(2.054) = -0.1 \cdot 2.054 + 5 \approx 4.79$$
$$p(38.946) = -0.1 \cdot 38.946 + 5 \approx 1.11$$

Innerhalb der Preisspanne von ca. 1.11 GE bis ca. 4.79 GE wird Gewinn erzielt.

i) Welcher Verkaufspreis wird erzielt, wenn der höchste mögliche Gewinn erreicht wird?

$$p(20.5) = -0.1 \cdot 20.5 + 5 = 2.95$$

Bei einem Verkaufspreis von 2.95 GE wird der maximale Gewinn erzielt.

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**