DAS MATHEBUCH – Lösung zu Aufgabe y76x2i

Gegeben ist $f(x) = x^4 - 2x^3 - 13x^2 + 14x + 24$. Es ist bekannt, dass $x = -3$ eine Nullstelle ist.

a) Führen Sie das Horner-Schema mit $x = -3$ durch und bestimmen Sie den Restpolynom-Term.

$$0 = x^4 - 2x^3 - 13x^2 + 14x + 24 \quad | \, x_1 = -3$$

$$\begin{array}{r|rrrrr} & 1 & -2 & -13 & 14 & 24 \\ -3 & & -3 & 15 & -6 & -24 \\ \hline & 1 & -5 & 2 & 8 & 0 \end{array}$$

$$\Rightarrow q(x) = x^3 - 5x^2 + 2x + 8$$

b) Bestimmen Sie daraus alle Nullstellen von $f(x)$.

$$0 = x^3 - 5x^2 + 2x + 8 \quad | \, x_2 = -1$$

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & -5 & 2 & 8 \\ -1 & & -1 & 6 & -8 \\ \hline & 1 & -6 & 8 & 0 \end{array}$$

$$0 = x^2 - 6x + 8$$

$$x_{3/4} = 3 \pm \sqrt{3^2 - 8}$$

$$x_3 = 4 \quad \vee \quad x_4 = 2$$

Die Nullstellen von $f(x)$ sind also:

$$x_1 = -3 \quad \vee \quad x_2 = -1 \quad \vee \quad x_3 = 4 \quad \vee \quad x_4 = 2$$

c) Entscheiden Sie: Kann $f(x)$ mehr als vier Nullstellen haben? Begründen Sie kurz.

Nein, $f(x)$ kann nicht mehr als vier Nullstellen haben. Allgemein gilt: Eine ganzrationale Funktion kann höchstens so viele Nullstellen haben, wie ihr Grad angibt. Da $f(x)$ eine ganzrationale Funktion vierten Grades ist, besitzt sie höchstens vier Nullstellen. Da hier bereits vier reelle Nullstellen gefunden wurden, sind keine weiteren Nullstellen möglich.

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**