DAS MATHEBUCH – Lösung zu Aufgabe xgTysu

Lösen Sie die linearen Gleichungssysteme mit dem Gauß'schen Eliminationsverfahren.

a) $0x + 2y + 5z = 13$
$2x + y - 2z = -3$
$x + 3y + 4z = 11$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 0 & 2 & 5 & 13 \\ 2 & 1 & -2 & -3 \\ 1 & 3 & 4 & 11 \end{array}\right) \quad \text{I} \Leftrightarrow \text{II}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & -2 & -3 \\ 0 & 2 & 5 & 13 \\ 1 & 3 & 4 & 11 \end{array}\right) \quad 2 \cdot \text{III} - \text{I}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & -2 & -3 \\ 0 & 2 & 5 & 13 \\ 0 & 5 & 10 & 25 \end{array}\right) \quad 2 \cdot \text{III} - 5 \cdot \text{II}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & -2 & -3 \\ 0 & 2 & 5 & 13 \\ 0 & 0 & -5 & -15 \end{array}\right)$$

$$\begin{array}{lll} \text{III} & -5z = -15 & \mid :(-5) \\ & z = 3 & \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} \text{II} & 2y + 5 \cdot 3 = 13 & \\ & 2y + 15 = 13 & \mid -15 \\ & 2y = -2 & \mid :2 \\ & y = -1 & \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} \text{I} & 2x + 1 \cdot (-1) - 2 \cdot 3 = -3 & \\ & 2x - 1 - 6 = -3 & \\ & 2x - 7 = -3 & \mid +7 \\ & 2x = 4 & \mid :2 \\ & x = 2 & \end{array}$$

$$\mathbb{L} = \{(2\ ;\ -1\ ;\ 3)\}$$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

b) $2x + y + 0z = 3$
$x + 4y + 0z = -2$
$3x + 2y + 5z = 19$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & 0 & 3 \\ 1 & 4 & 0 & -2 \\ 3 & 2 & 5 & 19 \end{array}\right)$$ III nach ganz oben

$$\left(\begin{array}{ccc|c} x & y & z & E \\ \hline 3 & 2 & 5 & 19 \\ 2 & 1 & 0 & 3 \\ 1 & 4 & 0 & -2 \end{array}\right)$$ 3. Spalte nach ganz vorne

$$\left(\begin{array}{ccc|c} z & x & y & E \\ \hline 5 & 3 & 2 & 19 \\ 0 & 2 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 4 & -2 \end{array}\right)$$ $2 \cdot \text{III} - \text{II}$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} z & x & y & E \\ \hline 5 & 3 & 2 & 19 \\ 0 & 2 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 7 & -7 \end{array}\right)$$

III $7y = -7 \quad | :7$
$y = -1$

II $2x + 1 \cdot (-1) = 3$
$2x - 1 = 3 \quad | +1$
$2x = 4 \quad | :2$
$x = 2$

I $5z + 3 \cdot 2 + 2 \cdot (-1) = 19$
$5z + 6 - 2 = 19$
$5z + 4 = 19 \quad | -4$
$5z = 15 \quad | :5$
$z = 3$

$\mathbb{L} = \{(2\ ;\ -1\ ;\ 3)\}$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

c) $2x + y - 3z = -6$
$5x + 0y + 0z = 10$
$x + 2y + 3z = 9$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & -3 & -6 \\ 5 & 0 & 0 & 10 \\ 1 & 2 & 3 & 9 \end{array}\right) \quad \text{II} \Leftrightarrow \text{III}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} x & y & z & E \\ \hline 2 & 1 & -3 & -6 \\ 1 & 2 & 3 & 9 \\ 5 & 0 & 0 & 10 \end{array}\right) \quad \text{1. Spalte nach ganz hinten}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} y & z & x & E \\ \hline 1 & -3 & 2 & -6 \\ 2 & 3 & 1 & 9 \\ 0 & 0 & 5 & 10 \end{array}\right) \quad \text{II} - 2 \cdot \text{I}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} y & z & x & E \\ \hline 1 & -3 & 2 & -6 \\ 0 & 9 & -3 & 21 \\ 0 & 0 & 5 & 10 \end{array}\right)$$

$$\begin{array}{lll} \text{III} & 5x = 10 & \mid :5 \\ & x = 2 & \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} \text{II} & 9z - 3 \cdot 2 = 21 & \\ & 9z - 6 = 21 & \mid +6 \\ & 9z = 27 & \mid :9 \\ & z = 3 & \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} \text{I} & y - 3 \cdot 3 + 2 \cdot 2 = -6 & \\ & y - 9 + 4 = -6 & \\ & y - 5 = -6 & \mid +5 \\ & y = -1 & \\ & \mathbb{L} = \{(2\ ;\ -1\ ;\ 3)\} & \end{array}$$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

Alternativ: Aus Gleichung II folgt x direkt. Eingesetzt in I und III bleibt ein LGS mit zwei Unbekannten.

$$\begin{array}{rll} \text{II} & 5x = 10 & \mid :5 \\ & x = 2 & \end{array}$$

$$\begin{array}{rll} x \text{ in I} & 2 \cdot 2 + y - 3z = -6 & \mid -4 \\ & y - 3z = -10 & \end{array}$$

$$\begin{array}{rll} x \text{ in III} & 2 + 2y + 3z = 9 & \mid -2 \\ & 2y + 3z = 7 & \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{cc|c} 1 & -3 & -10 \\ 2 & 3 & 7 \end{array}\right) \quad \text{II} - 2 \cdot \text{I}$$

$$\left(\begin{array}{cc|c} 1 & -3 & -10 \\ 0 & 9 & 27 \end{array}\right)$$

$$\begin{array}{rll} \text{II} & 9z = 27 & \mid :9 \\ & z = 3 & \end{array}$$

$$\begin{array}{rll} \text{I} & y - 3 \cdot 3 = -10 & \\ & y - 9 = -10 & \mid +9 \\ & y = -1 & \\ & \mathbb{L} = \{(2\ ;\ -1\ ;\ 3)\} & \end{array}$$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**