DAS MATHEBUCH – Lösung zu Aufgabe xbiuGj

Bestimmen Sie jeweils die Wendepunkte.

a) $f(x) = -\frac{1}{30}x^6 + \frac{2}{3}x^4 - 8x^2 + 3x + 1$

$$\begin{aligned} f'(x) &= -0.2x^5 + \frac{8}{3}x^3 - 16x + 3 \\ f''(x) &= -x^4 + 8x^2 - 16 \\ f'''(x) &= -4x^3 + 16x \end{aligned}$$

notw. Bed.: $f''(x) = 0$

$$\begin{aligned} 0 &= -x^4 + 8x^2 - 16 && | :(-1) \\ &= x^4 - 8x^2 + 16 && | \ x^2 = z \\ &= z^2 - 8z + 16 \\ z_{1/2} &= 4 \pm \sqrt{4^2 - 16} \\ z_1 &= 4 && | \ x = \sqrt{z} \\ x_1 &= 2 \quad \vee \quad x_2 = -2 \end{aligned}$$

hinr. Bed.: $f''(x) = 0 \quad \wedge \quad f'''(x) \neq 0$

$$\begin{aligned} f'''(2) &= 0 \\ f'''(-2) &= 0 \end{aligned}$$

Bei $x = 2$ und $x = -2$ ist die hinreichende Bedingung nicht erfüllt. Dort liegen keine Wendepunkte vor.

b) $f(x) = \frac{1}{15}x^6 - \frac{1}{3}x^4 + x^2$

$$\begin{aligned} f'(x) &= 0.4x^5 - \frac{4}{3}x^3 + 2x \\ f''(x) &= 2x^4 - 4x^2 + 2 \\ f'''(x) &= 8x^3 - 8x \end{aligned}$$

notw. Bed.: $f''(x) = 0$

$$\begin{aligned} 0 &= 2x^4 - 4x^2 + 2 && | :2 \\ &= x^4 - 2x^2 + 1 && | \ x^2 = z \\ &= z^2 - 2z + 1 \\ z_{1/2} &= 1 \pm \sqrt{1^2 - 1} \\ z_1 &= 1 && | \ x = \sqrt{z} \\ x_1 &= 1 \quad \vee \quad x_2 = -1 \end{aligned}$$

hinr. Bed.: $f''(x) = 0 \quad \wedge \quad f'''(x) \neq 0$

$$\begin{aligned} f'''(1) &= 0 \\ f'''(-1) &= 0 \end{aligned}$$

Bei $x = 1$ und $x = -1$ ist die hinreichende Bedingung nicht erfüllt. Dort liegen keine Wendepunkte vor.

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

c) $f(x) = -\frac{3}{20}x^5 - 0.25x^4 + 1.125x^3 + 3.375x^2$

$$\begin{aligned} f'(x) &= -0.75x^4 - x^3 + 3.375x^2 + 6.75x \\ f''(x) &= -3x^3 - 3x^2 + 6.75x + 6.75 \\ f'''(x) &= -9x^2 - 6x + 6.75 \end{aligned}$$

notw. Bed.: $f''(x) = 0$

$$0 = -3x^3 - 3x^2 + 6.75x + 6.75 \quad | \, x_1 = -1$$

Das Horner-Schema kann hier aus technischen Gründen nur mit Brüchen dargestellt werden. Sie können selbstverständlich mit den Dezimalwerten rechnen.

	-3	-3	$\frac{27}{4}$	$\frac{27}{4}$
-1		3	0	$-\frac{27}{4}$
	-3	0	$\frac{27}{4}$	0

$$\begin{aligned} 0 &= -3x^2 + 6.75 && | -6.75 \\ -3x^2 &= -6.75 && | :(-3) \\ x^2 &= 2.25 && | \sqrt{} \\ x_2 &= 1.5 \quad \vee \quad x_3 = -1.5 \end{aligned}$$

hinr. Bed.: $f''(x) = 0 \quad \wedge \quad f'''(x) \neq 0$

$$\begin{aligned} f'''(-1) &= 3.75 \neq 0 && \checkmark \\ f'''(1.5) &= -22.5 \neq 0 && \checkmark \\ f'''(-1.5) &= -4.5 \neq 0 && \checkmark \end{aligned}$$

y-Wert: $f(x) = y$

$$\begin{aligned} f(-1) &= 2.15 && \Rightarrow \mathrm{WP}_1(-1 \mid 2.15) \\ f(1.5) &\approx 8.986 && \Rightarrow \mathrm{WP}_2(1.5 \mid 8.99) \\ f(-1.5) &\approx 3.670 && \Rightarrow \mathrm{WP}_3(-1.5 \mid 3.67) \end{aligned}$$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

d) $f(x) = 0.3x^5 - 9x^3 + 121.5x$

$$\begin{aligned} f'(x) &= 1.5x^4 - 27x^2 + 121.5 \\ f''(x) &= 6x^3 - 54x \\ f'''(x) &= 18x^2 - 54 \end{aligned}$$

notw. Bed.: $f''(x) = 0$

$$\begin{aligned} 0 &= 6x^3 - 54x \\ &= x(6x^2 - 54) && | \; x_1 = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 0 &= 6x^2 - 54 && | \; +54 \\ 6x^2 &= 54 && | \; :6 \\ x^2 &= 9 && | \; \sqrt{} \\ x_2 &= 3 \quad \vee \quad x_3 = -3 \end{aligned}$$

hinr. Bed.: $f''(x) = 0 \quad \wedge \quad f'''(x) \neq 0$

$$\begin{aligned} f'''(0) &= -54 \neq 0 && \checkmark \\ f'''(3) &= 108 \neq 0 && \checkmark \\ f'''(-3) &= 108 \neq 0 && \checkmark \end{aligned}$$

y-Wert: $f(x) = y$

$$\begin{aligned} f(0) &= 0 && \Rightarrow \mathrm{WP}_1(0 \mid 0) \\ f(3) &= 194.4 && \Rightarrow \mathrm{WP}_2(3 \mid 194.4) \\ f(-3) &= -194.4 && \Rightarrow \mathrm{WP}_3(-3 \mid -194.4) \end{aligned}$$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

e) $f(x) = 0.1x^5 - \frac{4}{3}x^3 + 8x - 1$

$$\begin{aligned} f'(x) &= 0.5x^4 - 4x^2 + 8 \\ f''(x) &= 2x^3 - 8x \\ f'''(x) &= 6x^2 - 8 \end{aligned}$$

notw. Bed.: $f''(x) = 0$

$$\begin{aligned} 0 &= 2x^3 - 8x \\ &= x(2x^2 - 8) && | \; x_1 = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 0 &= 2x^2 - 8 && | \; +8 \\ 2x^2 &= 8 && | \; :2 \\ x^2 &= 4 && | \; \sqrt{} \\ x_2 &= 2 \quad \vee \quad x_3 = -2 \end{aligned}$$

hinr. Bed.: $f''(x) = 0 \quad \wedge \quad f'''(x) \neq 0$

$$\begin{aligned} f'''(0) &= -8 \neq 0 && \checkmark \\ f'''(2) &= 16 \neq 0 && \checkmark \\ f'''(-2) &= 16 \neq 0 && \checkmark \end{aligned}$$

y-Wert: $f(x) = y$

$$\begin{aligned} f(0) &= -1 && \Rightarrow \mathrm{WP}_1(0 \mid -1) \\ f(2) &\approx 7.533 && \Rightarrow \mathrm{WP}_2(2 \mid 7.53) \\ f(-2) &\approx -9.533 && \Rightarrow \mathrm{WP}_3(-2 \mid -9.53) \end{aligned}$$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

f) $f(x) = -\frac{1}{5}x^5 + \frac{32}{3}x^3 - 256x + 2$

$$\begin{aligned} f'(x) &= -x^4 + 32x^2 - 256 \\ f''(x) &= -4x^3 + 64x \\ f'''(x) &= -12x^2 + 64 \end{aligned}$$

notw. Bed.: $f''(x) = 0$

$$\begin{aligned} 0 &= -4x^3 + 64x \\ &= x(-4x^2 + 64) && | \; x_1 = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 0 &= -4x^2 + 64 && | \; +4x^2 \\ 4x^2 &= 64 && | \; :4 \\ x^2 &= 16 && | \; \sqrt{} \\ x_2 = 4 \quad &\vee \quad x_3 = -4 \end{aligned}$$

hinr. Bed.: $f''(x) = 0 \quad \wedge \quad f'''(x) \neq 0$

$$\begin{aligned} f'''(0) &= 64 \neq 0 && \checkmark \\ f'''(4) &= -128 \neq 0 && \checkmark \\ f'''(-4) &= -128 \neq 0 && \checkmark \end{aligned}$$

y-Wert: $f(x) = y$

$$\begin{aligned} f(0) &= 2 && \Rightarrow \mathrm{WP}_1(0 \mid 2) \\ f(4) &\approx -544.133 && \Rightarrow \mathrm{WP}_2(4 \mid -544.13) \\ f(-4) &\approx 548.133 && \Rightarrow \mathrm{WP}_3(-4 \mid 548.13) \end{aligned}$$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**