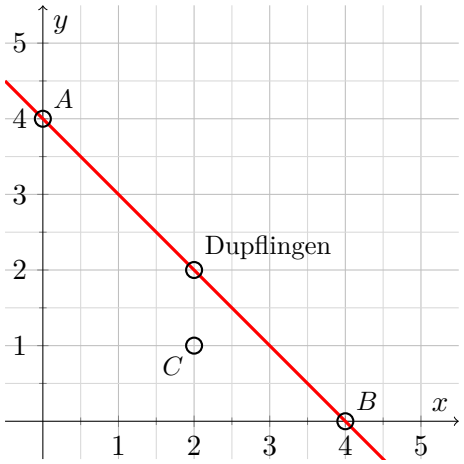
# DAS MATHEBUCH – Lösung zu Aufgabe wHnCNH

Um den Verkehrslärm in der Ortschaft Dupflingen zu reduzieren, wird eine Umgehungsstraße geplant. Die bisherige Landstraße verläuft geradlinig durch die Punkte $A(0 \mid 4)$ und $B(4 \mid 0)$ (Einheit: 1 km).
Die neue Trasse soll durch den Punkt $C(2 \mid 1)$ führen und in $A$ sowie $B$ tangential in die bestehende Straße übergehen, also dort jeweils dieselbe Steigung wie die Landstraße besitzen.
Bestimmen Sie eine ganzrationale Funktion 4. Grades, deren Graph diese Bedingungen erfüllt.




Steigung der Landstraße durch $A$ und $B$:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0-4}{4-0} = -1$$

$$f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$$
$$f'(x) = 4ax^3 + 3bx^2 + 2cx + d$$

$$\begin{aligned}
f(0) = 4 \quad &\Rightarrow \quad e = 4 \\
f'(0) = -1 \quad &\Rightarrow \quad d = -1 \\
f(4) = 0 \quad &\Rightarrow \quad 0 = a \cdot 4^4 + b \cdot 4^3 + c \cdot 4^2 - 4 + 4 \quad &= 256a + 64b + 16c \\
f'(4) = -1 \quad &\Rightarrow \quad -1 = 4a \cdot 4^3 + 3b \cdot 4^2 + 2c \cdot 4 - 1 \quad &= 256a + 48b + 8c - 1 \\
f(2) = 1 \quad &\Rightarrow \quad 1 = a \cdot 2^4 + b \cdot 2^3 + c \cdot 2^2 - 2 + 4 \quad &= 16a + 8b + 4c + 2
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{I} \quad & 256a + 64b + 16c = 0 \quad && \mid :16 \\
& 16a + 4b + c = 0 \\
\text{II} \quad & 256a + 48b + 8c - 1 = -1 \quad && \mid +1 \\
& 256a + 48b + 8c = 0 \quad && \mid :8 \\
& 32a + 6b + c = 0 \\
\text{III} \quad & 16a + 8b + 4c + 2 = 1 \quad && \mid -2 \\
& 16a + 8b + 4c = -1
\end{aligned}$$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 16 & 4 & 1 & 0 \\ 32 & 6 & 1 & 0 \\ 16 & 8 & 4 & -1 \end{array}\right) \quad \begin{array}{l} \text{II} - 2 \cdot \text{I} \\ \text{III} - \text{I} \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 16 & 4 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & -1 & 0 \\ 0 & 4 & 3 & -1 \end{array}\right) \quad \text{III} + 2 \cdot \text{II}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 16 & 4 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{array}\right)$$

III $c = -1$

II $-2b - 1 \cdot (-1) = 0$

$-2b + 1 = 0 \quad | -1$

$-2b = -1 \quad | :(-2)$

$b = 0.5$

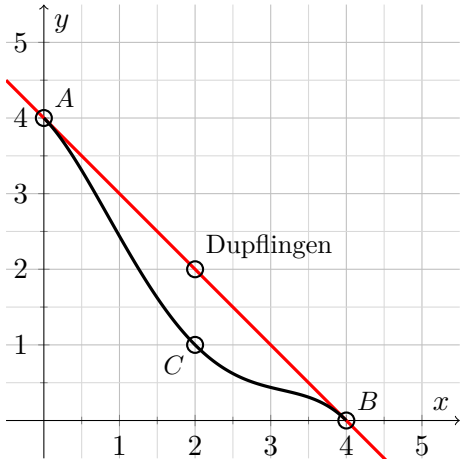
I $16a + 4 \cdot 0.5 + (-1) = 0$

$16a + 1 = 0 \quad | -1$

$16a = -1 \quad | :16$

$a = -\frac{1}{16} = -0.0625$

$\Rightarrow f(x) = -0.0625x^4 + 0.5x^3 - x^2 - x + 4$




DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**