DAS MATHEBUCH – Lösung zu Aufgabe vmQP5s

Bestimmen Sie den Parameter so, dass der Funktionsmittelwert im Intervall den angegebenen Wert hat.

a) $f(x) = a \cdot x + 2$ Intervall $[0;4]$ Mittelwert $m = 5$

$$\begin{aligned} m &= \frac{1}{4-0}\int_0^4 (a \cdot x + 2)\,dx \\ &= \frac{1}{4}\left[0.5ax^2 + 2x\right]_0^4 \\ &= \frac{1}{4}\left(0.5a \cdot 4^2 + 2 \cdot 4 - 0\right) \\ &= \frac{1}{4}(8a + 8) \\ &= 2a + 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2a + 2 &= 5 && \mid -2 \\ 2a &= 3 && \mid :2 \\ a &= 1.5 \end{aligned}$$

b) $f(x) = x^2 + a$ Intervall $[-2;2]$ Mittelwert $m = 3$

$$\begin{aligned} m &= \frac{1}{2-(-2)}\int_{-2}^2 (x^2 + a)\,dx \\ &= \frac{1}{4}\left[\frac{1}{3}x^3 + ax\right]_{-2}^2 \\ &= \frac{1}{4}\left(\frac{1}{3} \cdot 2^3 + a \cdot 2 - \left(\frac{1}{3} \cdot (-2)^3 + a \cdot (-2)\right)\right) \\ &= \frac{1}{4}\left(\frac{8}{3} + 2a - \left(-\frac{8}{3} - 2a\right)\right) \\ &= \frac{1}{4}\left(\frac{16}{3} + 4a\right) \\ &= \frac{4}{3} + a \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{4}{3} + a &= 3 && \mid -\frac{4}{3} \\ a &= \frac{5}{3} \approx 1.667 \end{aligned}$$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

c) $f(x) = a \cdot x^2 - x$ Intervall $[0;2]$ Mittelwert $m = 1$

$$
\begin{aligned}
m &= \frac{1}{2-0}\int_0^2 (a \cdot x^2 - x)\,dx \\
&= \frac{1}{2}\left[\frac{1}{3}ax^3 - \frac{1}{2}x^2\right]_0^2 \\
&= \frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}a \cdot 2^3 - \frac{1}{2} \cdot 2^2 - 0\right) \\
&= \frac{1}{2}\left(\frac{8}{3}a - 2\right) \\
&= \frac{4}{3}a - 1
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\frac{4}{3}a - 1 &= 1 && | +1 \\
\frac{4}{3}a &= 2 && | :\frac{4}{3} \\
a &= \frac{3}{2} = 1.5
\end{aligned}
$$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**