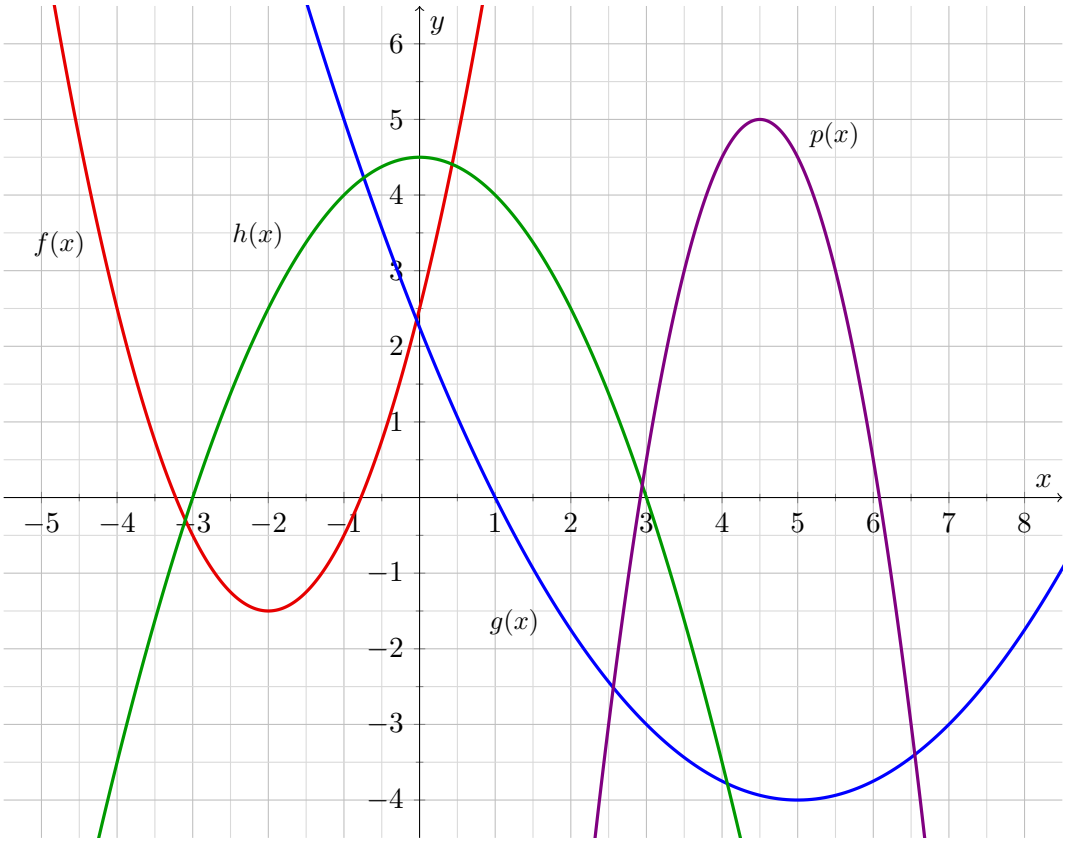
DAS MATHEBUCH – Lösung zu Aufgabe tEVBgb

Bestimmen Sie alle Schnittpunkte.



Bestimmung der Funktionsgleichungen aus Scheitelpunkt und einem weiteren Punkt:
Graph von f: $S(-2 \mid -1.5)$, $P(0 \mid 2.5)$

$$
\begin{aligned}
f(x) &= a(x+2)^2 - 1.5 \\
f(0) &= 2.5 \\
a(0+2)^2 - 1.5 &= 2.5 && \mid +1.5 \\
4a &= 4 && \mid :4 \\
a &= 1 \\
\Rightarrow f(x) &= (x+2)^2 - 1.5 \\
&= x^2 + 4x + 4 - 1.5 \\
&= x^2 + 4x + 2.5
\end{aligned}
$$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

Graph von g: $S(5 \mid -4)$, $P(1 \mid 0)$

$$\begin{aligned}
g(x) &= a(x-5)^2 - 4 \\
g(1) &= 0 \\
a(1-5)^2 - 4 &= 0 && \mid +4 \\
16a &= 4 && \mid :16 \\
a &= 0.25 \\
\Rightarrow g(x) &= 0.25(x-5)^2 - 4 \\
&= 0.25(x^2 - 10x + 25) - 4 \\
&= 0.25x^2 - 2.5x + 6.25 - 4 \\
&= 0.25x^2 - 2.5x + 2.25
\end{aligned}$$

Graph von h: $S(0 \mid 4.5)$, $P(3 \mid 0)$

$$\begin{aligned}
h(x) &= ax^2 + 4.5 \\
h(3) &= 0 \\
a \cdot 3^2 + 4.5 &= 0 && \mid -4.5 \\
9a &= -4.5 && \mid :9 \\
a &= -0.5 \\
\Rightarrow h(x) &= -0.5x^2 + 4.5
\end{aligned}$$

Graph von p: $S(4.5 \mid 5)$, $P(3.5 \mid 3)$

$$\begin{aligned}
p(x) &= a(x-4.5)^2 + 5 \\
p(3.5) &= 3 \\
a(3.5-4.5)^2 + 5 &= 3 && \mid -5 \\
a &= -2 \\
\Rightarrow p(x) &= -2(x-4.5)^2 + 5 \\
&= -2(x^2 - 9x + 20.25) + 5 \\
&= -2x^2 + 18x - 40.5 + 5 \\
&= -2x^2 + 18x - 35.5
\end{aligned}$$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

Funktionspaar f und h:

$$\begin{aligned}
f(x) &= h(x) \\
x^2+4x+2.5 &= -0.5x^2+4.5 && \mid -x^2-4x-2.5 \\
0 &= -1.5x^2-4x+2 && \mid :(-1.5) \\
0 &= x^2+\frac{8}{3}x-\frac{4}{3} \\
x_{1/2} &= -\frac{4}{3} \pm \sqrt{\left(\frac{4}{3}\right)^2+\frac{4}{3}} \\
x_1 &\approx 0.431 \quad \vee \quad x_2 \approx -3.097
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
h(0.431) &= -0.5 \cdot 0.431^2+4.5 \approx 4.41 && \Rightarrow Q_1(0.43 \mid 4.41) \\
h(-3.097) &= -0.5 \cdot (-3.097)^2+4.5 \approx -0.30 && \Rightarrow Q_2(-3.10 \mid -0.30)
\end{aligned}$$

Die Graphen von f und h haben zwei Schnittpunkte.

Funktionspaar f und g:

$$\begin{aligned}
f(x) &= g(x) \\
x^2+4x+2.5 &= 0.25x^2-2.5x+2.25 && \mid -x^2-4x-2.5 \\
0 &= -0.75x^2-6.5x-0.25 && \mid :(-0.75) \\
0 &= x^2+\frac{26}{3}x+\frac{1}{3} \\
x_{1/2} &= -\frac{13}{3} \pm \sqrt{\left(\frac{13}{3}\right)^2-\frac{1}{3}} \\
x_1 &\approx -0.039 \quad \vee \quad x_2 \approx -8.628
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
f(-0.039) &= (-0.039)^2+4 \cdot (-0.039)+2.5 \approx 2.35 && \Rightarrow Q_3(-0.04 \mid 2.35) \\
f(-8.628) &= (-8.628)^2+4 \cdot (-8.628)+2.5 \approx 42.43 && \Rightarrow Q_4(-8.63 \mid 42.43)
\end{aligned}$$

Die Graphen von f und g haben zwei Schnittpunkte. Q_4 liegt außerhalb des abgebildeten Bereichs.

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

Funktionspaar h und g:

$$\begin{aligned}
h(x) &= g(x) \\
-0.5x^2 + 4.5 &= 0.25x^2 - 2.5x + 2.25 && | +0.5x^2 - 4.5 \\
0 &= 0.75x^2 - 2.5x - 2.25 && | :0.75 \\
0 &= x^2 - \frac{10}{3}x - 3 \\
x_{1/2} &= \frac{5}{3} \pm \sqrt{\left(\frac{5}{3}\right)^2 + 3} \\
x_1 &\approx 4.070 \quad \vee \quad x_2 \approx -0.737
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
h(4.070) &= -0.5 \cdot 4.070^2 + 4.5 \approx -3.78 && \Rightarrow Q_5(4.07 \mid -3.78) \\
h(-0.737) &= -0.5 \cdot (-0.737)^2 + 4.5 \approx 4.23 && \Rightarrow Q_6(-0.74 \mid 4.23)
\end{aligned}$$

Die Graphen von h und g haben zwei Schnittpunkte.

Funktionspaar h und p:

$$\begin{aligned}
h(x) &= p(x) \\
-0.5x^2 + 4.5 &= -2x^2 + 18x - 35.5 && | +0.5x^2 - 4.5 \\
0 &= -1.5x^2 + 18x - 40 && | :(-1.5) \\
0 &= x^2 - 12x + \frac{80}{3} \\
x_{1/2} &= 6 \pm \sqrt{6^2 - \frac{80}{3}} \\
x_1 &\approx 9.055 \quad \vee \quad x_2 \approx 2.945
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
h(9.055) &= -0.5 \cdot 9.055^2 + 4.5 \approx -36.50 && \Rightarrow Q_7(9.06 \mid -36.50) \\
h(2.945) &= -0.5 \cdot 2.945^2 + 4.5 \approx 0.16 && \Rightarrow Q_8(2.94 \mid 0.16)
\end{aligned}$$

Die Graphen von h und p haben zwei Schnittpunkte. Q_7 liegt außerhalb des abgebildeten Bereichs.

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

Funktionspaar g und p:

$$\begin{aligned}
g(x) &= p(x) \\
0.25x^2 - 2.5x + 2.25 &= -2x^2 + 18x - 35.5 && | -0.25x^2 + 2.5x - 2.25 \\
0 &= -2.25x^2 + 20.5x - 37.75 && | :(-2.25) \\
0 &= x^2 - \frac{82}{9}x + \frac{151}{9} \\
x_{1/2} &= \frac{41}{9} \pm \sqrt{\left(\frac{41}{9}\right)^2 - \frac{151}{9}} \\
x_1 \approx 6.549 \quad &\vee \quad x_2 \approx 2.562
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
g(6.549) &= 0.25 \cdot 6.549^2 - 2.5 \cdot 6.549 + 2.25 \approx -3.40 && \Rightarrow Q_9(6.55 \mid -3.40) \\
g(2.562) &= 0.25 \cdot 2.562^2 - 2.5 \cdot 2.562 + 2.25 \approx -2.51 && \Rightarrow Q_{10}(2.56 \mid -2.51)
\end{aligned}$$

Die Graphen von g und p haben zwei Schnittpunkte.

Funktionspaar f und p:

$$\begin{aligned}
f(x) &= p(x) \\
x^2 + 4x + 2.5 &= -2x^2 + 18x - 35.5 && | -x^2 - 4x - 2.5 \\
0 &= -3x^2 + 14x - 38 && | :(-3) \\
0 &= x^2 - \frac{14}{3}x + \frac{38}{3} \\
x_{1/2} &= \frac{7}{3} \pm \sqrt{\left(\frac{7}{3}\right)^2 - \frac{38}{3}} \\
\left(\frac{7}{3}\right)^2 - \frac{38}{3} &= -\frac{65}{9}
\end{aligned}$$

Der Term unter der Wurzel ist negativ. $\Rightarrow$ keine Schnittpunkte

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**