DAS MATHEBUCH – Lösung zu Aufgabe sWfKrB

Ein Kleinserienhersteller fertigt ein neues Fahrzeugmodell. Die gesamten Produktionskosten $K(x)$ (in Euro) in Abhängigkeit von der produzierten Stückzahl x werden beschrieben durch die Funktion $K(x) = 5x^3 - 450x^2 + 16800x + 75000$. Jedes Fahrzeug wird zu einem festen Stückpreis von 20 300 Euro verkauft. Bestimmen Sie die Gewinngrenze, wenn bekannt ist, dass die Gewinnschwelle bei $x = 10$ liegt.

$$\begin{aligned} K(x) &= 5x^3 - 450x^2 + 16800x + 75000 \\ E(x) &= 20300x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} G(x) &= E(x) - K(x) \\ &= 20300x - \Big(5x^3 - 450x^2 + 16800x + 75000\Big) \\ &= 20300x - 5x^3 + 450x^2 - 16800x - 75000 \\ &= -5x^3 + 450x^2 + 3500x - 75000 \end{aligned}$$

Gewinnschwelle und Gewinngrenze sind Nullstellen von G. Die Polynomdivision wird mit der gegebenen Gewinnschwelle durchgeführt.

$$0 = -5x^3 + 450x^2 + 3500x - 75000 \quad | \, x_1 = 10$$

$$\begin{array}{rl} \Big(-5x^3 + 450x^2 + 3500x - 75000\Big) \div \Big(x - 10\Big) = & -5x^2 + 400x + 7500 \\ \underline{5x^3 \;\; - 50x^2} & \\ 400x^2 + 3500x & \\ \underline{-\,400x^2 + 4000x} & \\ 7500x - 75000 & \\ \underline{-\,7500x + 75000} & \\ 0 & \end{array}$$

$$\begin{aligned} 0 &= -5x^2 + 400x + 7500 && | \, :(-5) \\ &= x^2 - 80x - 1500 \\ x_{2/3} &= 40 \pm \sqrt{40^2 + 1500} \\ x_2 &\approx 95.678 \quad \vee \quad x_3 \approx -15.678 \end{aligned}$$

Die negative Lösung x_3 ist im Sachzusammenhang nicht sinnvoll. Die Gewinngrenze liegt bei $x_2 \approx 95.678$ Fahrzeugen. Da $G(95) > 0$ und $G(96) < 0$ ist, wird bis zu einer Stückzahl von 95 Fahrzeugen Gewinn erzielt.

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**