DAS MATHEBUCH – Lösung zu Aufgabe sDXu34

Die Firma stellt Druckgeräte her und hat eine maximale tägliche Produktionskapazität von 180 Stück. Die folgende Tabelle gibt die Kosten und Erlöse pro Tag an:

x (ME)	$E(x)$ (GE)	$K(x)$ (GE)
0	0	120
10	24	132
20	48	144

a) Bestimmen Sie die Funktionsgleichungen für die Erlösfunktion $E(x)$ und die Kostenfunktion $K(x)$. Zeichnen Sie die Funktionen in ein Koordinatensystem.

Erlösfunktion:

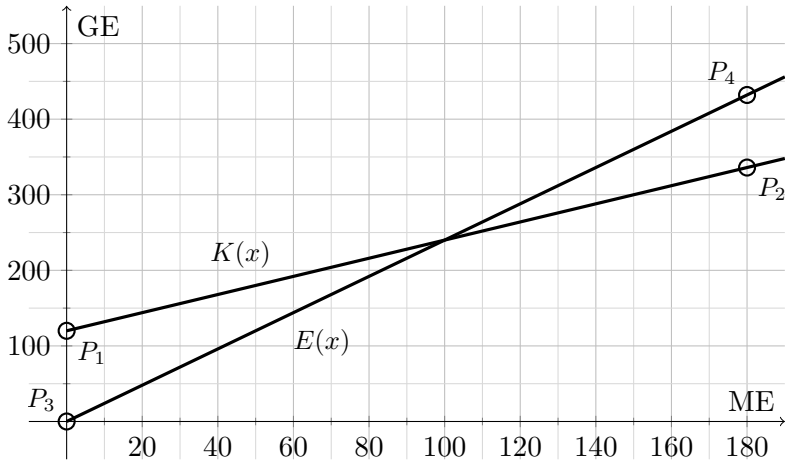
$$A(0 \mid 0), \quad B(10 \mid 24)$$
$$m_E = \frac{24-0}{10-0} = \frac{24}{10} = 2.4$$
$$b = 0 \quad \text{(ergibt sich aus Punkt } A\text{)}$$
$$\Rightarrow E(x) = 2.4x$$

Kostenfunktion:

$$C(0 \mid 120), \quad D(10 \mid 132)$$
$$m_K = \frac{132-120}{10-0} = \frac{12}{10} = 1.2$$
$$b = 120 \quad \text{(ergibt sich aus Punkt } C\text{)}$$
$$\Rightarrow K(x) = 1.2x + 120$$

Zeichnung:

$K(x)$:	erster Punkt: $y_0 = 120$	$\Rightarrow P_1(0 \mid 120)$
	zweiter Punkt: $K(180) = 1.2 \cdot 180 + 120 = 336$	$\Rightarrow P_2(180 \mid 336)$
$E(x)$:	erster Punkt: $y_0 = 0$	$\Rightarrow P_3(0 \mid 0)$
	zweiter Punkt: $E(180) = 2.4 \cdot 180 = 432$	$\Rightarrow P_4(180 \mid 432)$



DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

b) Berechnen Sie den Break-Even-Point und interpretieren Sie ihn im Sachzusammenhang.

$$\begin{aligned} E(x) &= K(x) \\ 2.4x &= 1.2x + 120 \quad | -1.2x \\ 1.2x &= 120 \quad | :1.2 \\ x &= 100 \end{aligned}$$

$$E(100) = 2.4 \cdot 100 = 240$$
$$\Rightarrow S(100 \mid 240)$$

Bei einer Produktionsmenge von 100 ME sind Kosten und Erlöse gleich groß, es entsteht also weder Gewinn noch Verlust. Ein Gewinn wird daher bei mehr als 100 ME erzielt.

c) Wie hoch ist der Gewinn, wenn die maximale Produktionskapazität von 180 ME ausgeschöpft wird?

$$\begin{aligned} G(x) &= E(x) - K(x) \\ &= 2.4x - (1.2x + 120) \\ &= 2.4x - 1.2x - 120 \\ &= 1.2x - 120 \end{aligned}$$

$$G(180) = 1.2 \cdot 180 - 120 = 96$$

Das Unternehmen macht bei voller Auslastung einen Gewinn von 96 GE.

d) Die Fixkosten werden durch Rationalisierungsmaßnahmen um 20 % gesenkt. Wie verändert sich der Break-Even-Point?

$$K_{f,\text{neu}} = 120 \cdot 0.8 = 96$$
$$\Rightarrow K_{\text{neu}}(x) = 1.2x + 96$$

$$\begin{aligned} E(x) &= K_{\text{neu}}(x) \\ 2.4x &= 1.2x + 96 \quad | -1.2x \\ 1.2x &= 96 \quad | :1.2 \\ x &= 80 \end{aligned}$$

$$E(80) = 2.4 \cdot 80 = 192$$
$$\Rightarrow S(80 \mid 192)$$

Durch die Senkung der Fixkosten sinkt der Break-Even-Point auf 80 ME bei 192 GE.

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

e) Wie hoch ist die Produktionsmenge, ab der das Unternehmen ohne Rationalisierungsmaßnahmen einen Gewinn von mindestens 500 GE erzielt?

$$\begin{aligned} G(x) &\geq 500 \\ 1.2x - 120 &\geq 500 && \mid +120 \\ 1.2x &\geq 620 && \mid :1.2 \\ x &\geq \frac{620}{1.2} \approx 516.667 \end{aligned}$$

Erst ab einer Produktionsmenge von 517 ME ($x \approx 516.67$) wäre ein Gewinn von mindestens 500 GE möglich. Diese Menge liegt aber über der maximalen Kapazität von 180 ME.

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**