DAS MATHEBUCH – Lösung zu Aufgabe rueNrw

Eine Photovoltaikanlage speist im Laufe des Tages Energie ins Netz ein. Die kumulierte erzeugte Energie $E(t)$ (in kWh) wird für t Stunden nach Sonnenaufgang modelliert durch: $E(t) = 0.4t^3 - 3t^2 + 12t \quad (0 \leq t \leq 10)$

a) Bestimmen Sie die durchschnittliche Energiezunahme pro Stunde im Zeitraum $[2; 6]$.

$$\begin{aligned} m_{[2;6]} &= \frac{E(6) - E(2)}{6 - 2} \\ &= \frac{\left(0.4 \cdot 6^3 - 3 \cdot 6^2 + 12 \cdot 6\right) - \left(0.4 \cdot 2^3 - 3 \cdot 2^2 + 12 \cdot 2\right)}{4} \\ &= \frac{(86.4 - 108 + 72) - (3.2 - 12 + 24)}{4} \\ &= \frac{50.4 - 15.2}{4} \\ &= \frac{35.2}{4} \\ &= 8.8 \end{aligned}$$

Die Anlage erzeugt im Zeitraum $[2; 6]$ durchschnittlich 8.8 kWh pro Stunde.

b) Berechnen Sie die mittlere Änderungsrate im Zeitraum $[6; 10]$.

$$\begin{aligned} m_{[6;10]} &= \frac{E(10) - E(6)}{10 - 6} \\ &= \frac{\left(0.4 \cdot 10^3 - 3 \cdot 10^2 + 12 \cdot 10\right) - \left(0.4 \cdot 6^3 - 3 \cdot 6^2 + 12 \cdot 6\right)}{4} \\ &= \frac{(400 - 300 + 120) - (86.4 - 108 + 72)}{4} \\ &= \frac{220 - 50.4}{4} \\ &= \frac{169.6}{4} \\ &= 42.4 \end{aligned}$$

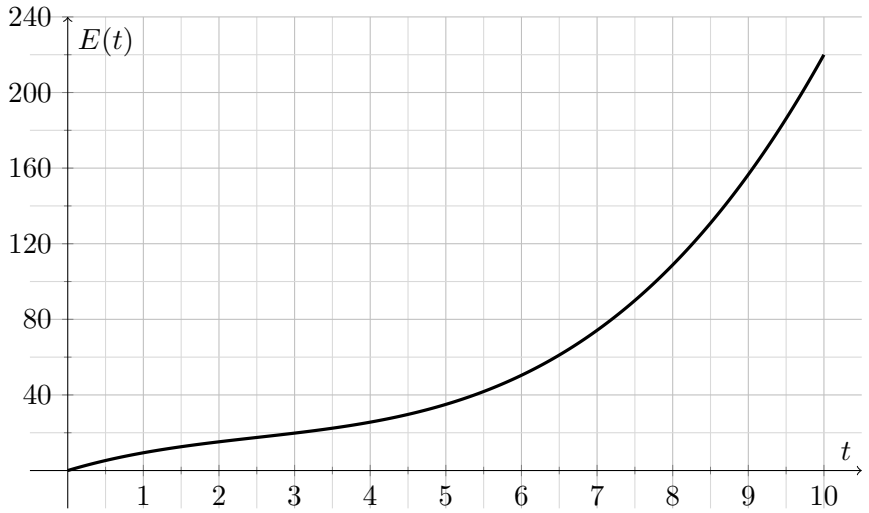
Die mittlere Änderungsrate beträgt also 42.4 $\frac{\text{kWh}}{\text{h}}$.

c) Welche Aussage ist passend: „Am Vormittag steigt die Gesamtenergie schneller“ oder „Am Nachmittag steigt sie schneller“? Begründen Sie mit den Ergebnissen aus a) und b).

Da im Zeitraum $[2; 6]$ die mittlere Änderungsrate 8.8 $\frac{\text{kWh}}{\text{h}}$ und im Zeitraum $[6; 10]$ die mittlere Änderungsrate 42.4 $\frac{\text{kWh}}{\text{h}}$ beträgt, steigt die Gesamtenergie am Nachmittag schneller.

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

d) Zeichnen Sie die gegebene Funktion in ein geeignetes Koordinatensystem.



e) Bestimmen Sie einen Zeitraum der Länge 2 Stunden, in dem die mittlere Änderungsrate möglichst groß ist (Schätzwert genügt).

Da der Graph zum rechten Rand des Intervalls immer steiler ansteigt, liegt die größte mittlere Änderungsrate näherungsweise im Zeitraum $[8;10]$.

Zur Kontrolle:

$$\begin{aligned} m_{[8;10]} &= \frac{E(10) - E(8)}{10 - 8} \\ &= \frac{\left(0.4 \cdot 10^3 - 3 \cdot 10^2 + 12 \cdot 10\right) - \left(0.4 \cdot 8^3 - 3 \cdot 8^2 + 12 \cdot 8\right)}{2} \\ &= \frac{220 - (204.8 - 192 + 96)}{2} \\ &= \frac{220 - 108.8}{2} \\ &= \frac{111.2}{2} \\ &= 55.6 \end{aligned}$$

Im Zeitraum $[8;10]$ erzeugt die Anlage durchschnittlich $55.6\ \frac{\text{kWh}}{\text{h}}$, also mehr als in den Zeiträumen aus a) und b).

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**