DAS MATHEBUCH – Lösung zu Aufgabe pQ3uUH

Bei einem Open-Air-Konzert wird die Lautstärke am Mischpult im Laufe des Abends angepasst. Der Verlauf der gemessenen Lautstärke (in dB) kann näherungsweise durch eine Funktion $L(x) = 0.125x^4 - 1.5x^3 + 5.75x^2 - 7.5x + 70$ modelliert werden. Dabei beschreibt x die Zeit in Stunden nach Konzertbeginn ($0 \leq x \leq 6$).

a) Bestimmen Sie alle Extrempunkte der Funktion $L(x)$.

$$L'(x) = 0.5x^3 - 4.5x^2 + 11.5x - 7.5$$
$$L''(x) = 1.5x^2 - 9x + 11.5$$

notw. Bed.: $L'(x) = 0$

$$\begin{aligned} 0 &= 0.5x^3 - 4.5x^2 + 11.5x - 7.5 && \mid :0.5 \\ &= x^3 - 9x^2 + 23x - 15 && \mid x_1 = 1 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & -9 & 23 & -15 \\ 1 & & 1 & -8 & 15 \\ \hline & 1 & -8 & 15 & 0 \end{array}$$

$$0 = x^2 - 8x + 15$$
$$x_{2/3} = 4 \pm \sqrt{4^2 - 15}$$
$$x_2 = 5 \quad \vee \quad x_3 = 3$$

hinr. Bed.: $L'(x) = 0 \quad \wedge \quad L''(x) \neq 0$

$$L''(1) = 1.5 \cdot 1^2 - 9 \cdot 1 + 11.5 = 4 > 0 \qquad \Rightarrow \text{TP}$$
$$L''(5) = 1.5 \cdot 5^2 - 9 \cdot 5 + 11.5 = 4 > 0 \qquad \Rightarrow \text{TP}$$
$$L''(3) = 1.5 \cdot 3^2 - 9 \cdot 3 + 11.5 = -2 < 0 \qquad \Rightarrow \text{HP}$$

y-Wert: $L(x) = y$

$$L(1) = 0.125 \cdot 1^4 - 1.5 \cdot 1^3 + 5.75 \cdot 1^2 - 7.5 \cdot 1 + 70 = 66.875 \qquad \Rightarrow \text{TP}_1(1 \mid 66.88)$$
$$L(5) = 0.125 \cdot 5^4 - 1.5 \cdot 5^3 + 5.75 \cdot 5^2 - 7.5 \cdot 5 + 70 = 66.875 \qquad \Rightarrow \text{TP}_2(5 \mid 66.88)$$
$$L(3) = 0.125 \cdot 3^4 - 1.5 \cdot 3^3 + 5.75 \cdot 3^2 - 7.5 \cdot 3 + 70 = 68.875 \qquad \Rightarrow \text{HP}(3 \mid 68.88)$$

b) Ist die Musik zu Beginn und am Ende des Abends lauter als im gesamten weiteren Verlauf des Abends?

$$L(0) = 0.125 \cdot 0^4 - 1.5 \cdot 0^3 + 5.75 \cdot 0^2 - 7.5 \cdot 0 + 70 = 70$$
$$L(6) = 0.125 \cdot 6^4 - 1.5 \cdot 6^3 + 5.75 \cdot 6^2 - 7.5 \cdot 6 + 70 = 70$$

Zu Beginn und am Ende des Abends beträgt die Lautstärke also jeweils 70 dB.

Da der größte Extremwert im weiteren Verlauf nur bei 68.875 dB liegt, ist die Musik zu Beginn und am Ende des Abends tatsächlich lauter als im gesamten weiteren Verlauf.

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

c) Die Veranstalter geben vor, dass die Lautstärke möglichst im Bereich zwischen 65 dB und 70 dB liegt. Beurteilen Sie mit den Ergebnissen aus a), ob dies durchgängig zutrifft.

Die kleinsten Werte der Funktion liegen bei den Tiefpunkten mit 66.875 dB, der größte innere Wert liegt beim Hochpunkt mit 68.875 dB, und zu Beginn sowie am Ende beträgt die Lautstärke jeweils 70 dB.

Damit liegt die Lautstärke im gesamten betrachteten Zeitraum immer zwischen 65 dB und 70 dB.

Die Vorgabe der Veranstalter wird also durchgängig eingehalten.

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**