DAS MATHEBUCH – Lösung zu Aufgabe nwmPJE

Die Heilig-Kreuz-Kirche im Stadtteil Ückendorf in Gelsenkirchen wurde zwischen 1927 und 1929 nach den Plänen des Architekten Josef Franke errichtet. Sie zählt zu den bedeutendsten Bauwerken des Backsteinexpressionismus im Ruhrgebiet. Aufgrund der markanten, parabelförmigen Gewölbe wird sie häufig auch als „Parabelkirche“ bezeichnet. Die Form der Gewölbe prägt nicht nur das äußere Erscheinungsbild, sondern verleiht auch dem Innenraum seine besondere Wirkung. Im Rahmen eines Schulprojekts soll der Gewölbebogen modellhaft mithilfe einer Parabel beschrieben werden. Dazu wird ein Koordinatensystem festgelegt, in dem die Form des Bogens mathematisch erfasst werden kann. Eine Vermessung ergibt, dass die Punkte $P(2 \mid 14)$, $Q(4 \mid 20)$ und $R(6 \mid 18)$ auf dem Gewölbebogen liegen.
Bestimmen Sie die Funktionsgleichung der Parabel in der Form $f(x) = ax^2 + bx + c$, die durch diese drei Punkte verläuft.
$P(2 \mid 14)$, $Q(4 \mid 20)$, $R(6 \mid 18)$

$$
\begin{aligned}
14 &= a \cdot 2^2 + b \cdot 2 + c &&= 4a + 2b + c \\
20 &= a \cdot 4^2 + b \cdot 4 + c &&= 16a + 4b + c \\
18 &= a \cdot 6^2 + b \cdot 6 + c &&= 36a + 6b + c
\end{aligned}
$$

$$
\left(\begin{array}{ccc|c} 4 & 2 & 1 & 14 \\ 16 & 4 & 1 & 20 \\ 36 & 6 & 1 & 18 \end{array}\right) \quad \begin{array}{l} \text{II} - 4 \cdot \text{I} \\ \text{III} - 9 \cdot \text{I} \end{array}
$$

$$
\left(\begin{array}{ccc|c} 4 & 2 & 1 & 14 \\ 0 & -4 & -3 & -36 \\ 0 & -12 & -8 & -108 \end{array}\right) \quad \text{III} - 3 \cdot \text{II}
$$

$$
\left(\begin{array}{ccc|c} 4 & 2 & 1 & 14 \\ 0 & -4 & -3 & -36 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{array}\right)
$$

III $\quad c = 0$

II
$$
\begin{aligned}
&-4b - 3 \cdot 0 = -36 \\
&-4b = -36 && \mid :(-4) \\
&b = 9
\end{aligned}
$$

I
$$
\begin{aligned}
&4a + 2 \cdot 9 + 0 = 14 \\
&4a + 18 = 14 && \mid -18 \\
&4a = -4 && \mid :4 \\
&a = -1
\end{aligned}
$$

$$\Rightarrow f(x) = -x^2 + 9x$$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**