DAS MATHEBUCH – Lösung zu Aufgabe nFiwDs

Gegeben ist $g(x) = 2x^5 - 6x^4 - 8x^3 + 24x^2$.

a) Begründen Sie ohne Rechnung, warum $x = 0$ sicher eine Nullstelle ist.

In jedem Summanden ist mindestens der Faktor x^2 enthalten, man kann also x^2 ausklammern. Für $x = 0$ nimmt der gesamte Term daher den Wert 0 an. Also ist $x = 0$ sicher eine Nullstelle.

b) Bestimmen Sie anschließend alle Nullstellen.

$$\begin{aligned} 0 &= 2x^5 - 6x^4 - 8x^3 + 24x^2 \\ &= x^2(2x^3 - 6x^2 - 8x + 24) \quad | \, x_1 = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 0 &= 2x^3 - 6x^2 - 8x + 24 \quad | :2 \\ &= x^3 - 3x^2 - 4x + 12 \quad | \, x_2 = -2 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & -3 & -4 & 12 \\ -2 & & -2 & 10 & -12 \\ \hline & 1 & -5 & 6 & 0 \end{array}$$

$$\begin{aligned} 0 &= x^2 - 5x + 6 \\ x_{3/4} &= 2.5 \pm \sqrt{2.5^2 - 6} \\ x_3 &= 3 \quad \vee \quad x_4 = 2 \end{aligned}$$

c) Erläutern Sie anhand Ihrer Ergebnisse, an welchen Nullstellen der Graph die x-Achse schneidet und an welchen er sie nur berührt.

Die Nullstelle $x_1 = 0$ ist doppelt, weil der Faktor x^2 ausgeklammert wurde. An einer doppelten Nullstelle berührt der Graph die x-Achse nur und schneidet sie nicht.

Die Nullstellen $x_2 = -2$, $x_3 = 3$ und $x_4 = 2$ sind einfache Nullstellen. Dort schneidet der Graph die x-Achse.

Berührung bei $x = 0$

Schnitt bei $x = -2,\ x = 2,\ x = 3$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**