DAS MATHEBUCH – Lösung zu Aufgabe mzqeet

Gegeben sind die quadratischen Funktionen $f_1(x) = \frac{1}{2}x^2 + 4x + 1$ und $f_2(x) = -\frac{1}{2}(x+1)^2 + 15.5$.

a) Bestimmen Sie die Scheitelpunkt- bzw. die Normalform der Funktionen.

$$\begin{aligned}
f_1(x) &= 0.5x^2 + 4x + 1 \\
&= 0.5(x^2 + 8x) + 1 \\
&= 0.5(x^2 + 8x + 16 - 16) + 1 \\
&= 0.5\left((x+4)^2 - 16\right) + 1 \\
&= 0.5(x+4)^2 - 8 + 1 \\
&= 0.5(x+4)^2 - 7 \\
&\Rightarrow S(-4 \mid -7)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
f_2(x) &= -0.5(x+1)^2 + 15.5 \\
&= -0.5(x^2 + 2x + 1) + 15.5 \\
&= -0.5x^2 - x - 0.5 + 15.5 \\
&= -0.5x^2 - x + 15
\end{aligned}$$

b) Berechnen Sie die Schnittpunkte der beiden Funktionen mit den Achsen.
Schnittpunkte mit der y-Achse:

$$\begin{aligned}
f_1(0) &= 0.5 \cdot 0^2 + 4 \cdot 0 + 1 = 1 \quad &\Rightarrow S_{y1}(0 \mid 1) \\
f_2(0) &= -0.5 \cdot 0^2 - 0 + 15 = 15 \quad &\Rightarrow S_{y2}(0 \mid 15)
\end{aligned}$$

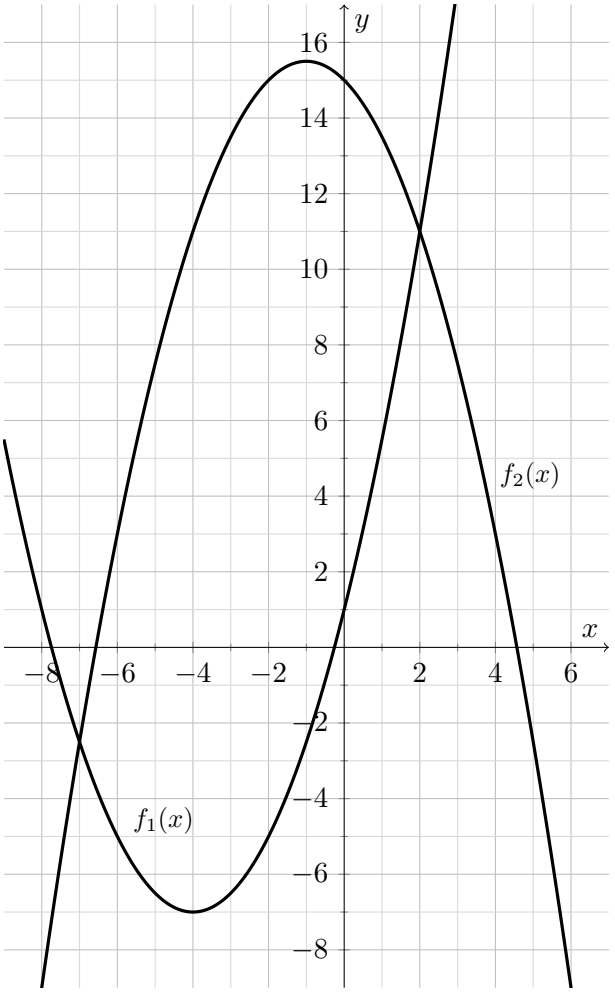
Schnittpunkte mit der x-Achse:

$$\begin{aligned}
f_1(x) &= 0 \\
0.5(x+4)^2 - 7 &= 0 && \mid +7 \\
0.5(x+4)^2 &= 7 && \mid :0.5 \\
(x+4)^2 &= 14 && \mid \sqrt{\ } \\
x + 4 &= \pm\sqrt{14} && \mid -4 \\
x_{1/2} &= -4 \pm \sqrt{14} \\
x_1 &\approx -0.258 \quad \vee \quad x_2 \approx -7.742 \\
&\Rightarrow S_{x1}(-0.26 \mid 0), \quad S_{x2}(-7.74 \mid 0)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
f_2(x) &= 0 \\
-0.5(x+1)^2 + 15.5 &= 0 && \mid -15.5 \\
-0.5(x+1)^2 &= -15.5 && \mid :(-0.5) \\
(x+1)^2 &= 31 && \mid \sqrt{\ } \\
x + 1 &= \pm\sqrt{31} && \mid -1 \\
x_{3/4} &= -1 \pm \sqrt{31} \\
x_3 &\approx 4.568 \quad \vee \quad x_4 \approx -6.568 \\
&\Rightarrow S_{x3}(4.57 \mid 0), \quad S_{x4}(-6.57 \mid 0)
\end{aligned}$$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

c) Zeichnen Sie die Graphen der Funktionen in ein gemeinsames Koordinatensystem.



d) Ermitteln Sie die Schnittpunkte der beiden Funktionen.

$$
\begin{aligned}
f_1(x) &= f_2(x) \\
0.5x^2 + 4x + 1 &= -0.5x^2 - x + 15 && | -0.5x^2 - 4x - 1 \\
0 &= -x^2 - 5x + 14 && | :(-1) \\
0 &= x^2 + 5x - 14 \\
x_{1/2} &= -2.5 \pm \sqrt{2.5^2 + 14} \\
x_1 &= -7 \quad \vee \quad x_2 = 2 \\
f_1(-7) &= 0.5(-7+4)^2 - 7 = -2.5 && \Rightarrow P_1(-7 \mid -2.5) \\
f_1(2) &= 0.5(2+4)^2 - 7 = 11 && \Rightarrow P_2(2 \mid 11)
\end{aligned}
$$

Die beiden Parabeln schneiden sich in zwei Punkten.

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

e) Bestimmen Sie die Gleichung der Verbindungsgeraden der beiden Schnittpunkte.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{11 - (-2.5)}{2 - (-7)} = \frac{13.5}{9} = 1.5$$

$$\begin{aligned} g(x) &= 1.5x + b \\ g(2) &= 11 \\ 1.5 \cdot 2 + b &= 11 \\ 3 + b &= 11 \qquad | -3 \\ b &= 8 \\ \Rightarrow g(x) &= 1.5x + 8 \end{aligned}$$

f) Unter welchem Winkel schneidet die Verbindungsgerade die x-Achse?

$$\begin{aligned} \tan(\alpha) &= m = 1.5 \\ \alpha &= \tan^{-1}(1.5) \approx 56.31^\circ \end{aligned}$$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**