DAS MATHEBUCH – Lösung zu Aufgabe kmm9ZB

Der Kugelstoßer David Storl wurde 2011 in Daegu (Südkorea) als erster deutscher Weltmeister mit einer Weite von 21.78 m ausgezeichnet. Die Flugbahn der Kugel beim Kugelstoß folgt aufgrund physikalischer Gegebenheiten annähernd einer Parabel. Während eines Trainings wurden mithilfe einer Videokamera und einer standardisierten Leinwand drei Punkte der Flugbahn der Kugel erfasst: $P_1(0 \mid 2.24)$, $P_2(1 \mid 2.92)$, $P_3(2 \mid 3.52)$

a) Berechnen Sie die maximale Höhe und die Weite von Davids Trainingsstoß. Vergleichen Sie dieses Ergebnis mit der Siegerweite der Weltmeisterschaft 2011.

Funktionsgleichung bestimmen mit $f(x) = ax^2 + bx + c$:

$$\begin{aligned}
f(0) = 2.24 \quad &\Rightarrow \quad 2.24 = a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c \qquad \Rightarrow c = 2.24 \\
f(1) = 2.92 \quad &\Rightarrow \quad 2.92 = a \cdot 1^2 + b \cdot 1 + 2.24 \quad \Rightarrow a + b = 0.68 \\
f(2) = 3.52 \quad &\Rightarrow \quad 3.52 = a \cdot 2^2 + b \cdot 2 + 2.24 \quad \Rightarrow 4a + 2b = 1.28
\end{aligned}$$

$$\left(\begin{array}{cc|c} 1 & 1 & 0.68 \\ 4 & 2 & 1.28 \end{array}\right) \qquad \text{II} - 4 \cdot \text{I}$$

$$\left(\begin{array}{cc|c} 1 & 1 & 0.68 \\ 0 & -2 & -1.44 \end{array}\right)$$

$$\begin{aligned}
\text{II} \quad -2b &= -1.44 \qquad \mid :(-2) \\
b &= 0.72
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{I} \quad a + 0.72 &= 0.68 \quad \mid -0.72 \\
a &= -0.04
\end{aligned}$$

$$\Rightarrow f(x) = -0.04x^2 + 0.72x + 2.24$$

Bestimmung des Scheitelpunktes (maximale Höhe) mithilfe der Scheitelpunktform:

$$\begin{aligned}
f(x) &= -0.04x^2 + 0.72x + 2.24 \\
&= -0.04(x^2 - 18x) + 2.24 \\
&= -0.04(x^2 - 18x + 81 - 81) + 2.24 \\
&= -0.04\left((x-9)^2 - 81\right) + 2.24 \\
&= -0.04(x-9)^2 + 3.24 + 2.24 \\
&= -0.04(x-9)^2 + 5.48 \\
&\Rightarrow S(9 \mid 5.48)
\end{aligned}$$

Bestimmung der Weite (Nullstelle):

$$\begin{aligned}
f(x) &= 0 \\
-0.04(x-9)^2 + 5.48 &= 0 && \mid -5.48 \\
-0.04(x-9)^2 &= -5.48 && \mid :(-0.04) \\
(x-9)^2 &= 137 && \mid \sqrt{} \\
x - 9 &= \pm\sqrt{137} && \mid +9 \\
x_1 \approx 20.705 \quad &\vee \quad x_2 \approx -2.705
\end{aligned}$$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

Die Kugel hatte eine maximale Höhe von 5.48 m und eine Weite von 20.70 m. Die Siegerweite von 21.78 m ist um mehr als einen Meter weiter als der Trainingsstoß.

b) Bestimmen Sie die Gleichung der Wurfparabel, die eine Stoßweite von 18.54 m sowie eine Abwurfhöhe von 1.92 m beschreibt. Erklären Sie Ihr Vorgehen und verwenden Sie für den Parameter b den Wert 1.

Da hier kein Scheitelpunkt gegeben ist, wird die Funktionsgleichung über die Normalform hergeleitet. Die gegebene Höhe und Weite sind Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen, aus denen sich die Punkte S_x und S_y ergeben. Der Punkt S_y entspricht dem y-Achsenabschnitt und kann direkt als $c = 1.92$ angegeben werden. Der Wert für b ist mit $b = 1$ bereits vorgegeben. Alle Werte können in die Funktionsgleichung eingesetzt und nach dem noch fehlenden Streckungsfaktor a umgestellt werden.

$$S_x(18.54 \mid 0), \quad S_y(0 \mid 1.92) \quad \Rightarrow c = 1.92, \quad b = 1$$

$$f(x) = ax^2 + x + 1.92$$

$$\begin{aligned} f(18.54) &= 0 \\ a \cdot 18.54^2 + 1 \cdot 18.54 + 1.92 &= 0 && \mid -20.46 \\ a \cdot 18.54^2 &= -20.46 && \mid :18.54^2 \\ a &\approx -0.0595 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow f(x) = -0.0595x^2 + x + 1.92$$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**