DAS MATHEBUCH – Lösung zu Aufgabe kheDmc

Sie sind Mitarbeiterin/Mitarbeiter des Unternehmens **ADIDAS AG** und arbeiten in der Abteilung Finanzwesen. ADIDAS produziert täglich Sportschuhe der Marke Superstar. Bei der morgigen Vorstandssitzung sollen alle Kosten, Erlöse und Gewinne aller Produkte des Unternehmens vorgestellt werden, damit das Produktangebot für das kommende Jahr optimiert werden kann. Sie sind zuständig für Daten der Marke Superstar aus der Originals Kollektion. Der Vorstandsvorsitzende der ADIDAS AG, Herbert Hainer, gibt Ihnen für Ihre Kalkulation lediglich folgende Informationen für die quadratische Kostenfunktion und die Preis-Absatz-Funktion:

Menge (in ME)	**200**	**500**	**1 000**
Kosten (in GE)	12 500	27 500	72 500

Die Preis-Absatz-Funktion: $p(x) = -0.1x + 125$

Bestimmen Sie folgende Werte, die Sie Ihrem Chef bei der Präsentation vorlegen können:

a) Kostenfunktion
b) variable Kosten
c) Fixkosten
d) Erlösfunktion
e) Gewinnfunktion
f) Gewinnmaximum
g) Gewinnschwelle
h) Gewinngrenze
i) Cournot'sche Menge
j) Cournot'scher Preis
k) Höchstpreis
l) Sättigungsmenge

Schauen Sie sich die folgende Produktseite an und vergleichen Sie die unverbindliche Preisempfehlung mit Ihren ermittelten Werten. Was bedeutet das für die ADIDAS AG?

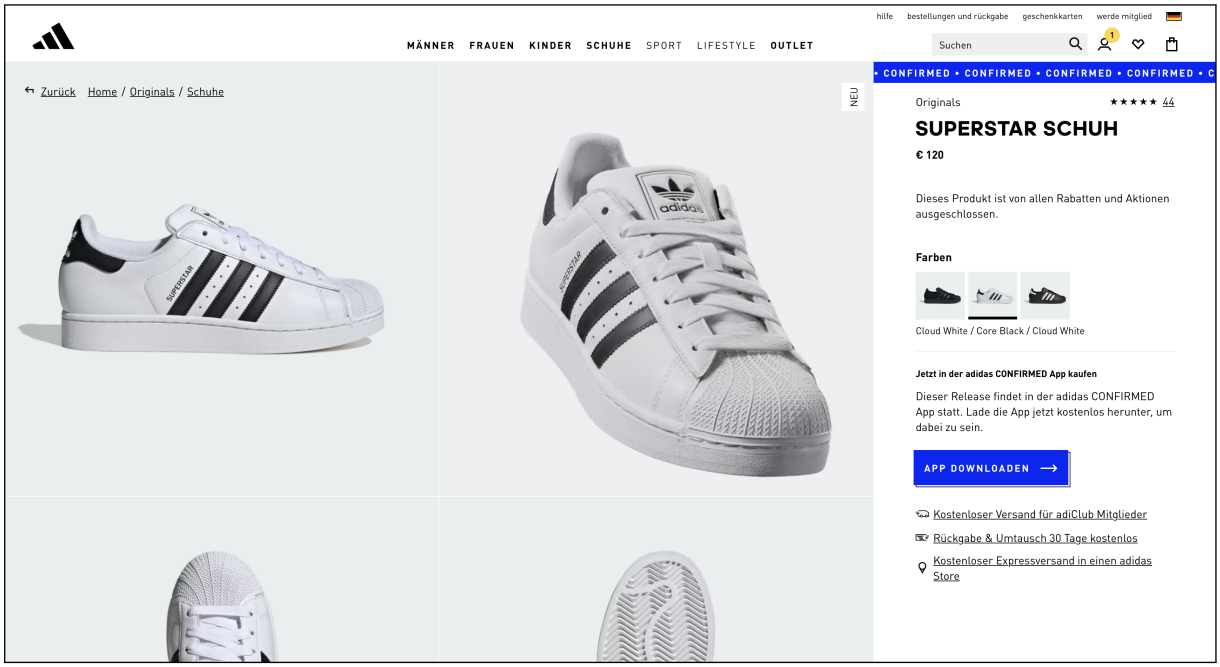


Abbildung 1: https://www.adidas.de/superstar-schuh/IH8659.html abgerufen am 15.04.2025

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

a) Kostenfunktion

$K(x) = ax^2 + bx + c$ mit den Punkten $(200 \mid 12\,500)$, $(500 \mid 27\,500)$ und $(1\,000 \mid 72\,500)$:

$$\begin{aligned} 12\,500 &= a \cdot 200^2 + b \cdot 200 + c & &= 40\,000a + 200b + c \\ 27\,500 &= a \cdot 500^2 + b \cdot 500 + c & &= 250\,000a + 500b + c \\ 72\,500 &= a \cdot 1\,000^2 + b \cdot 1\,000 + c & &= 1\,000\,000a + 1\,000b + c \end{aligned}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 40\,000 & 200 & 1 & 12\,500 \\ 250\,000 & 500 & 1 & 27\,500 \\ 1\,000\,000 & 1\,000 & 1 & 72\,500 \end{array}\right) \quad \begin{array}{l} 4 \cdot \text{II} - 25 \cdot \text{I} \\ \text{III} - 25 \cdot \text{I} \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 40\,000 & 200 & 1 & 12\,500 \\ 0 & -3\,000 & -21 & -202\,500 \\ 0 & -4\,000 & -24 & -240\,000 \end{array}\right) \quad 3 \cdot \text{III} - 4 \cdot \text{II}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 40\,000 & 200 & 1 & 12\,500 \\ 0 & -3\,000 & -21 & -202\,500 \\ 0 & 0 & 12 & 90\,000 \end{array}\right)$$

$$\begin{aligned} \text{III} \quad & 12c = 90\,000 && \mid :12 \\ & c = 7\,500 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{II} \quad & -3\,000b - 21 \cdot 7\,500 = -202\,500 && \mid +157\,500 \\ & -3\,000b = -45\,000 && \mid :(-3\,000) \\ & b = 15 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{I} \quad & 40\,000a + 200 \cdot 15 + 7\,500 = 12\,500 && \mid -10\,500 \\ & 40\,000a = 2\,000 && \mid :40\,000 \\ & a = 0.05 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow K(x) = 0.05x^2 + 15x + 7\,500$$

b) variable Kosten

$$K_v(x) = 0.05x^2 + 15x$$

c) Fixkosten

$$K_f = 7\,500$$

d) Erlösfunktion

$$\begin{aligned} E(x) &= p(x) \cdot x \\ &= (-0.1x + 125) \cdot x \\ &= -0.1x^2 + 125x \end{aligned}$$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

e) Gewinnfunktion

$$\begin{aligned}
G(x) &= E(x) - K(x) \\
&= -0.1x^2 + 125x - (0.05x^2 + 15x + 7\,500) \\
&= -0.1x^2 + 125x - 0.05x^2 - 15x - 7\,500 \\
&= -0.15x^2 + 110x - 7\,500
\end{aligned}$$

f) Gewinnmaximum

$$\begin{aligned}
G(x) &= -0.15x^2 + 110x - 7\,500 \\
&= -0.15\left(x^2 - \frac{2\,200}{3}x\right) - 7\,500 \\
&= -0.15\left(x^2 - \frac{2\,200}{3}x + \left(\frac{1\,100}{3}\right)^2 - \left(\frac{1\,100}{3}\right)^2\right) - 7\,500 \\
&= -0.15\left(\left(x - \frac{1\,100}{3}\right)^2 - \left(\frac{1\,100}{3}\right)^2\right) - 7\,500 \\
&= -0.15\left(x - \frac{1\,100}{3}\right)^2 + \frac{60\,500}{3} - 7\,500 \\
&= -0.15\left(x - \frac{1\,100}{3}\right)^2 + \frac{38\,000}{3} \\
&\Rightarrow S\left(\frac{1\,100}{3} \mid \frac{38\,000}{3}\right) \approx S(366.67 \mid 12\,666.67)
\end{aligned}$$

Der maximale Gewinn beträgt ca. 12 666.67 GE bei einer Menge von ca. 366.67 ME.

g) Gewinnschwelle

$$\begin{aligned}
G(x) &= 0 \\
0 &= -0.15x^2 + 110x - 7\,500 \qquad | :(-0.15) \\
0 &= x^2 - \frac{2\,200}{3}x + 50\,000 \\
x_{1/2} &= \frac{1\,100}{3} \pm \sqrt{\left(\frac{1\,100}{3}\right)^2 - 50\,000} \\
x_G &\approx 657.260 \quad \vee \quad x_S \approx 76.073
\end{aligned}$$

Die Gewinnschwelle liegt bei ca. 76.07 ME.

h) Gewinngrenze

Aus g) folgt, dass die Gewinngrenze bei ca. 657.26 ME liegt.

i) Cournot'sche Menge

$$x_C = 76.073 + \frac{657.260 - 76.073}{2} \approx 366.67$$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

j) Cournot'scher Preis

$$p(366.67) = -0.1 \cdot 366.67 + 125 \approx 88.33$$

k) Höchstpreis

$$p(0) = -0.1 \cdot 0 + 125 = 125$$

l) Sättigungsmenge

$$\begin{aligned} p(x) &= 0 \\ 0 &= -0.1x + 125 \quad | +0.1x \\ 0.1x &= 125 \quad | :0.1 \\ x &= 1\,250 \end{aligned}$$

Fazit: Die unverbindliche Preisempfehlung liegt laut Website bei 120 Euro und somit über dem gewinnmaximalen Preis in Höhe von 88.33 Euro. Bei 120 Euro setzt die ADIDAS AG nach der Preis-Absatz-Funktion nur noch 50 ME ab und liegt damit unterhalb der Gewinnschwelle von ca. 76.07 ME.

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**