DAS MATHEBUCH – Lösung zu Aufgabe kGnavZ

Bestimmen Sie die Variablen mit Hilfe des Gauß-Verfahrens. Auch wenn hier nun mehr als drei Unbekannte bestimmt werden müssen, ist das Verfahren, die Variablen nacheinander zu eliminieren, das gleiche. Lassen Sie sich nicht irritieren!

a) $5x_1 + 7x_2 + 4x_3 + 6x_4 = -76$
$2x_1 + 2x_2 + 6x_3 - 8x_4 = -22$
$9x_1 + 4x_2 + 9x_3 - 2x_4 = -108$
$6x_1 + 9x_2 - x_3 - 2x_4 = -56$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 5 & 7 & 4 & 6 & -76 \\ 2 & 2 & 6 & -8 & -22 \\ 9 & 4 & 9 & -2 & -108 \\ 6 & 9 & -1 & -2 & -56 \end{array}\right) \quad \begin{array}{l} 5 \cdot \text{II} - 2 \cdot \text{I} \\ 5 \cdot \text{III} - 9 \cdot \text{I} \\ 5 \cdot \text{IV} - 6 \cdot \text{I} \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 5 & 7 & 4 & 6 & -76 \\ 0 & -4 & 22 & -52 & 42 \\ 0 & -43 & 9 & -64 & 144 \\ 0 & 3 & -29 & -46 & 176 \end{array}\right) \quad \begin{array}{l} \\ 4 \cdot \text{III} - 43 \cdot \text{II} \\ 4 \cdot \text{IV} + 3 \cdot \text{II} \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 5 & 7 & 4 & 6 & -76 \\ 0 & -4 & 22 & -52 & 42 \\ 0 & 0 & -910 & 1980 & -1230 \\ 0 & 0 & -50 & -340 & 830 \end{array}\right) \quad \begin{array}{l} \\ \\ \mid :10 \\ \mid :10 \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 5 & 7 & 4 & 6 & -76 \\ 0 & -4 & 22 & -52 & 42 \\ 0 & 0 & -91 & 198 & -123 \\ 0 & 0 & -5 & -34 & 83 \end{array}\right) \quad 91 \cdot \text{IV} - 5 \cdot \text{III}$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 5 & 7 & 4 & 6 & -76 \\ 0 & -4 & 22 & -52 & 42 \\ 0 & 0 & -91 & 198 & -123 \\ 0 & 0 & 0 & -4084 & 8168 \end{array}\right)$$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

IV $-4084x_4 = 8168 \quad | :(-4084)$

$x_4 = -2$

III $-91x_3 + 198 \cdot (-2) = -123$

$-91x_3 - 396 = -123 \quad | +396$

$-91x_3 = 273 \quad | :(-91)$

$x_3 = -3$

II $-4x_2 + 22 \cdot (-3) - 52 \cdot (-2) = 42$

$-4x_2 - 66 + 104 = 42$

$-4x_2 + 38 = 42 \quad | -38$

$-4x_2 = 4 \quad | :(-4)$

$x_2 = -1$

I $5x_1 + 7 \cdot (-1) + 4 \cdot (-3) + 6 \cdot (-2) = -76$

$5x_1 - 7 - 12 - 12 = -76$

$5x_1 - 31 = -76 \quad | +31$

$5x_1 = -45 \quad | :5$

$x_1 = -9$

Lösungsmenge: $\mathbb{L} = \{(-9\ ;\ -1\ ;\ -3\ ;\ -2)\}$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

b) $8x_1 + 6x_2 + 6x_3 + 7x_4 = 73$
$4x_1 + 7x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 79$
$7x_1 + 2x_2 + 4x_3 + 8x_4 = 18$
$3x_1 + 6x_2 + 9x_3 - x_4 = 120$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 8 & 6 & 6 & 7 & 73 \\ 4 & 7 & 5 & 3 & 79 \\ 7 & 2 & 4 & 8 & 18 \\ 3 & 6 & 9 & -1 & 120 \end{array}\right) \quad \begin{array}{l} \\ 2 \cdot \text{II} - \text{I} \\ 8 \cdot \text{III} - 7 \cdot \text{I} \\ 8 \cdot \text{IV} - 3 \cdot \text{I} \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 8 & 6 & 6 & 7 & 73 \\ 0 & 8 & 4 & -1 & 85 \\ 0 & -26 & -10 & 15 & -367 \\ 0 & 30 & 54 & -29 & 741 \end{array}\right) \quad \begin{array}{l} \\ \\ 4 \cdot \text{III} + 13 \cdot \text{II} \\ 4 \cdot \text{IV} - 15 \cdot \text{II} \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 8 & 6 & 6 & 7 & 73 \\ 0 & 8 & 4 & -1 & 85 \\ 0 & 0 & 12 & 47 & -363 \\ 0 & 0 & 156 & -101 & 1689 \end{array}\right) \quad \text{IV} - 13 \cdot \text{III}$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 8 & 6 & 6 & 7 & 73 \\ 0 & 8 & 4 & -1 & 85 \\ 0 & 0 & 12 & 47 & -363 \\ 0 & 0 & 0 & -712 & 6408 \end{array}\right)$$

IV $-712x_4 = 6408 \quad | :(-712)$
$x_4 = -9$

III $12x_3 + 47 \cdot (-9) = -363$
$12x_3 - 423 = -363 \quad | +423$
$12x_3 = 60 \quad | :12$
$x_3 = 5$

II $8x_2 + 4 \cdot 5 - (-9) = 85$
$8x_2 + 20 + 9 = 85$
$8x_2 + 29 = 85 \quad | -29$
$8x_2 = 56 \quad | :8$
$x_2 = 7$

I $8x_1 + 6 \cdot 7 + 6 \cdot 5 + 7 \cdot (-9) = 73$
$8x_1 + 42 + 30 - 63 = 73$
$8x_1 + 9 = 73 \quad | -9$
$8x_1 = 64 \quad | :8$
$x_1 = 8$

Lösungsmenge: $\mathbb{L} = \{(8\ ;\ 7\ ;\ 5\ ;\ -9)\}$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

c) $7x_1 + x_2 - 5x_3 - 4x_4 = -22$
$3x_1 + 9x_2 + x_3 + 4x_4 = 40$
$6x_1 + 9x_2 + 3x_3 + 7x_4 = 61$
$2x_1 + 7x_2 + 3x_3 - 8x_4 = -7$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 7 & 1 & -5 & -4 & -22 \\ 3 & 9 & 1 & 4 & 40 \\ 6 & 9 & 3 & 7 & 61 \\ 2 & 7 & 3 & -8 & -7 \end{array}\right) \quad \begin{array}{l} \\ 7\cdot \text{II} - 3\cdot \text{I} \\ 7\cdot \text{III} - 6\cdot \text{I} \\ 7\cdot \text{IV} - 2\cdot \text{I} \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 7 & 1 & -5 & -4 & -22 \\ 0 & 60 & 22 & 40 & 346 \\ 0 & 57 & 51 & 73 & 559 \\ 0 & 47 & 31 & -48 & -5 \end{array}\right) \quad \begin{array}{l} \\ \mid :2 \\ 20\cdot \text{III} - 19\cdot \text{II} \\ 60\cdot \text{IV} - 47\cdot \text{II} \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 7 & 1 & -5 & -4 & -22 \\ 0 & 30 & 11 & 20 & 173 \\ 0 & 0 & 602 & 700 & 4606 \\ 0 & 0 & 826 & -4760 & -16562 \end{array}\right) \quad \begin{array}{l} \\ \\ \mid :2 \\ 43\cdot \text{IV} - 59\cdot \text{III} \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 7 & 1 & -5 & -4 & -22 \\ 0 & 30 & 11 & 20 & 173 \\ 0 & 0 & 301 & 350 & 2303 \\ 0 & 0 & 0 & -245980 & -983920 \end{array}\right)$$

IV $-245980x_4 = -983920 \quad \mid :(-245980)$
$x_4 = 4$

III $301x_3 + 350\cdot 4 = 2303$
$301x_3 + 1400 = 2303 \quad \mid -1400$
$301x_3 = 903 \quad \mid :301$
$x_3 = 3$

II $30x_2 + 11\cdot 3 + 20\cdot 4 = 173$
$30x_2 + 33 + 80 = 173$
$30x_2 + 113 = 173 \quad \mid -113$
$30x_2 = 60 \quad \mid :30$
$x_2 = 2$

I $7x_1 + 2 - 5\cdot 3 - 4\cdot 4 = -22$
$7x_1 + 2 - 15 - 16 = -22$
$7x_1 - 29 = -22 \quad \mid +29$
$7x_1 = 7 \quad \mid :7$
$x_1 = 1$
Lösungsmenge: $\mathbb{L} = \{(1\ ;\ 2\ ;\ 3\ ;\ 4)\}$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

d) $4x_1 + 7x_2 + 8x_3 + 4x_4 = 34$
$4x_1 + 2x_2 + 8x_3 + 4x_4 = 4$
$5x_1 - 8x_2 + 7x_3 + x_4 = -67$
$3x_1 - 6x_2 - 8x_3 - 4x_4 = -14$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 4 & 7 & 8 & 4 & 34 \\ 4 & 2 & 8 & 4 & 4 \\ 5 & -8 & 7 & 1 & -67 \\ 3 & -6 & -8 & -4 & -14 \end{array}\right) \quad \begin{array}{l} \text{II} - \text{I} \\ 4 \cdot \text{III} - 5 \cdot \text{I} \\ 4 \cdot \text{IV} - 3 \cdot \text{I} \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 4 & 7 & 8 & 4 & 34 \\ 0 & -5 & 0 & 0 & -30 \\ 0 & -67 & -12 & -16 & -438 \\ 0 & -45 & -56 & -28 & -158 \end{array}\right) \quad \begin{array}{l} \mid :(-5) \\ 5 \cdot \text{III} - 67 \cdot \text{II} \\ \text{IV} - 9 \cdot \text{II} \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 4 & 7 & 8 & 4 & 34 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 6 \\ 0 & 0 & -60 & -80 & -180 \\ 0 & 0 & -56 & -28 & 112 \end{array}\right) \quad \begin{array}{l} \mid :20 \\ 15 \cdot \text{IV} - 14 \cdot \text{III} \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 4 & 7 & 8 & 4 & 34 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 6 \\ 0 & 0 & -3 & -4 & -9 \\ 0 & 0 & 0 & 700 & 4200 \end{array}\right)$$

IV $700x_4 = 4200 \quad \mid :700$
$x_4 = 6$

III $-3x_3 - 4 \cdot 6 = -9$
$-3x_3 - 24 = -9 \quad \mid +24$
$-3x_3 = 15 \quad \mid :(-3)$
$x_3 = -5$

II $x_2 = 6$

I $4x_1 + 7 \cdot 6 + 8 \cdot (-5) + 4 \cdot 6 = 34$
$4x_1 + 42 - 40 + 24 = 34$
$4x_1 + 26 = 34 \quad \mid -26$
$4x_1 = 8 \quad \mid :4$
$x_1 = 2$

Lösungsmenge: $\mathbb{L} = \{(2\ ;\ 6\ ;\ -5\ ;\ 6)\}$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**