# DAS MATHEBUCH – Lösung zu Aufgabe jtBBa8

Bestimmen Sie jeweils das eingeschlossene Integral zwischen den Graphen von $f$ und $g$ im Bereich zwischen den Schnittpunkten.

**a)** $f(x) = -x^2 + 4x + 1, \quad g(x) = x + 1$

$$\begin{aligned} d(x) &= f(x) - g(x) \\ &= -x^2 + 4x + 1 - (x + 1) \\ &= -x^2 + 4x + 1 - x - 1 \\ &= -x^2 + 3x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 0 &= -x^2 + 3x \\ &= x(-x + 3) && \mid x_1 = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 0 &= -x + 3 && \mid +x \\ x_2 &= 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A &= \int_0^3 (-x^2 + 3x)\, dx \\ &= \left[ -\frac{1}{3}x^3 + \frac{3}{2}x^2 \right]_0^3 \\ &= -\frac{1}{3} \cdot 3^3 + \frac{3}{2} \cdot 3^2 - 0 \\ &= -9 + 13.5 \\ &= 4.5 \end{aligned}$$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

**b)** $f(x) = -0.5x^2 + 3x + 2, \quad g(x) = x + 2$

$$\begin{aligned} d(x) &= f(x) - g(x) \\ &= -0.5x^2 + 3x + 2 - (x + 2) \\ &= -0.5x^2 + 3x + 2 - x - 2 \\ &= -0.5x^2 + 2x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 0 &= -0.5x^2 + 2x \\ &= x(-0.5x + 2) && \mid x_1 = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 0 &= -0.5x + 2 && \mid +0.5x \\ 0.5x &= 2 && \mid :0.5 \\ x_2 &= 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A &= \int_0^4 (-0.5x^2 + 2x)\, dx \\ &= \left[ -\frac{1}{6}x^3 + x^2 \right]_0^4 \\ &= -\frac{1}{6} \cdot 4^3 + 4^2 - 0 \\ &= -\frac{32}{3} + 16 \\ &= \frac{16}{3} \approx 5.333 \end{aligned}$$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

**c)** $f(x) = 0.25x^2 - 2x + 5, \quad g(x) = -x + 5$

$$\begin{aligned} d(x) &= f(x) - g(x) \\ &= 0.25x^2 - 2x + 5 - (-x + 5) \\ &= 0.25x^2 - 2x + 5 + x - 5 \\ &= 0.25x^2 - x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 0 &= 0.25x^2 - x \\ &= x(0.25x - 1) && \mid x_1 = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 0 &= 0.25x - 1 && \mid +1 \\ 0.25x &= 1 && \mid :0.25 \\ x_2 &= 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A &= \int_0^4 (0.25x^2 - x)\, dx \\ &= \left[\frac{1}{12}x^3 - \frac{1}{2}x^2\right]_0^4 \\ &= \frac{1}{12} \cdot 4^3 - \frac{1}{2} \cdot 4^2 - 0 \\ &= \frac{16}{3} - 8 \\ &= -\frac{8}{3} \approx -2.667 \end{aligned}$$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

**d)** $f(x) = -x^2 + 2x + 6, \quad g(x) = 2$

$$\begin{aligned} d(x) &= f(x) - g(x) \\ &= -x^2 + 2x + 6 - 2 \\ &= -x^2 + 2x + 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 0 &= -x^2 + 2x + 4 && \mid :(-1) \\ &= x^2 - 2x - 4 \\ x_{1/2} &= 1 \pm \sqrt{1^2 + 4} \\ x_1 &\approx 3.236 \quad \vee \quad x_2 \approx -1.236 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A &= \int_{-1.236}^{3.236} (-x^2 + 2x + 4)\, dx \\ &= \left[ -\frac{1}{3}x^3 + x^2 + 4x \right]_{-1.236}^{3.236} \\ &= -\frac{1}{3} \cdot 3.236^3 + 3.236^2 + 4 \cdot 3.236 \\ &\quad - \left( -\frac{1}{3} \cdot (-1.236)^3 + (-1.236)^2 + 4 \cdot (-1.236) \right) \\ &\approx 12.120 - (-2.787) \\ &\approx 14.907 \end{aligned}$$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

**e)** $f(x) = 0.5x^2 + x - 3, \quad g(x) = 3x - 3$

$$\begin{aligned} d(x) &= f(x) - g(x) \\ &= 0.5x^2 + x - 3 - (3x - 3) \\ &= 0.5x^2 + x - 3 - 3x + 3 \\ &= 0.5x^2 - 2x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 0 &= 0.5x^2 - 2x \\ &= x(0.5x - 2) && \mid x_1 = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 0 &= 0.5x - 2 && \mid +2 \\ 0.5x &= 2 && \mid :0.5 \\ x_2 &= 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A &= \int_0^4 (0.5x^2 - 2x)\, dx \\ &= \left[\frac{1}{6}x^3 - x^2\right]_0^4 \\ &= \frac{1}{6} \cdot 4^3 - 4^2 - 0 \\ &= \frac{32}{3} - 16 \\ &= -\frac{16}{3} \approx -5.333 \end{aligned}$$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

**f)** $f(x) = -0.25x^2 + 2x, \quad g(x) = x$

$$\begin{aligned} d(x) &= f(x) - g(x) \\ &= -0.25x^2 + 2x - x \\ &= -0.25x^2 + x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 0 &= -0.25x^2 + x \\ &= x(-0.25x + 1) && \mid x_1 = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 0 &= -0.25x + 1 && \mid +0.25x \\ 0.25x &= 1 && \mid :0.25 \\ x_2 &= 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A &= \int_0^4 (-0.25x^2 + x)\, dx \\ &= \left[ -\frac{1}{12}x^3 + \frac{1}{2}x^2 \right]_0^4 \\ &= -\frac{1}{12} \cdot 4^3 + \frac{1}{2} \cdot 4^2 - 0 \\ &= -\frac{16}{3} + 8 \\ &= \frac{8}{3} \approx 2.667 \end{aligned}$$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

**g)** $f(x) = x^2 - 4x + 3, \quad g(x) = 1$

$$\begin{aligned} d(x) &= f(x) - g(x) \\ &= x^2 - 4x + 3 - 1 \\ &= x^2 - 4x + 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 0 &= x^2 - 4x + 2 \\ x_{1/2} &= 2 \pm \sqrt{2^2 - 2} \\ x_1 &\approx 3.414 \quad \vee \quad x_2 \approx 0.586 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A &= \int_{0.586}^{3.414} (x^2 - 4x + 2)\, dx \\ &= \left[\frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 2x\right]_{0.586}^{3.414} \\ &= \frac{1}{3} \cdot 3.414^3 - 2 \cdot 3.414^2 + 2 \cdot 3.414 \\ &\qquad - \left(\frac{1}{3} \cdot 0.586^3 - 2 \cdot 0.586^2 + 2 \cdot 0.586\right) \\ &\approx -3.219 - 0.552 \\ &\approx -3.771 \end{aligned}$$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

**h)** $f(x) = -x^2 + 1, \quad g(x) = -x$

$$\begin{aligned} d(x) &= f(x) - g(x) \\ &= -x^2 + 1 - (-x) \\ &= -x^2 + 1 + x \\ &= -x^2 + x + 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 0 &= -x^2 + x + 1 && | :(-1) \\ &= x^2 - x - 1 \\ x_{1/2} &= 0.5 \pm \sqrt{0.5^2 + 1} \\ x_1 &\approx 1.618 \quad \vee \quad x_2 \approx -0.618 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A &= \int_{-0.618}^{1.618} (-x^2 + x + 1)\, dx \\ &= \left[ -\frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + x \right]_{-0.618}^{1.618} \\ &= -\frac{1}{3} \cdot 1.618^3 + \frac{1}{2} \cdot 1.618^2 + 1.618 \\ &\quad - \left( -\frac{1}{3} \cdot (-0.618)^3 + \frac{1}{2} \cdot (-0.618)^2 + (-0.618) \right) \\ &\approx 1.515 - (-0.348) \\ &\approx 1.863 \end{aligned}$$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**