DAS MATHEBUCH – Lösung zu Aufgabe jVtwax

Bestimmen Sie die Nullstellen der folgenden Funktionen.

a) $f(x) = x^5 - 10x^3 + 9x$

$$\begin{aligned} 0 &= x^5 - 10x^3 + 9x \\ &= x(x^4 - 10x^2 + 9) && | \; x_1 = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 0 &= x^4 - 10x^2 + 9 && | \; x^2 = z \\ &= z^2 - 10z + 9 \\ z_{1/2} &= 5 \pm \sqrt{5^2 - 9} \\ z_1 = 9 \quad &\vee \quad z_2 = 1 && | \; x = \sqrt{z} \\ x_2 = 3 \quad &\vee \quad x_3 = -3 \quad \vee \quad x_4 = 1 \quad \vee \quad x_5 = -1 \end{aligned}$$

b) $f(x) = x^4 - 5x^3 + 2x^2 + 8x$

$$\begin{aligned} 0 &= x^4 - 5x^3 + 2x^2 + 8x \\ &= x(x^3 - 5x^2 + 2x + 8) \quad | \; x_1 = 0 \end{aligned}$$

$$0 = x^3 - 5x^2 + 2x + 8 \qquad | \; x_2 = 2$$

$$\begin{array}{r|cccc} & 1 & -5 & 2 & 8 \\ 2 & & 2 & -6 & -8 \\ \hline & 1 & -3 & -4 & 0 \end{array}$$

$$\begin{aligned} 0 &= x^2 - 3x - 4 \\ x_{3/4} &= 1.5 \pm \sqrt{1.5^2 + 4} \\ x_3 = 4 \quad &\vee \quad x_4 = -1 \end{aligned}$$

c) $f(x) = x^5 - \frac{73}{4}x^3 + 36x$

$$\begin{aligned} 0 &= x^5 - \frac{73}{4}x^3 + 36x \\ &= x\left(x^4 - \frac{73}{4}x^2 + 36\right) && | \; x_1 = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 0 &= x^4 - \frac{73}{4}x^2 + 36 && | \; x^2 = z \\ &= z^2 - \frac{73}{4}z + 36 \\ z_{1/2} &= 9.125 \pm \sqrt{9.125^2 - 36} \\ z_1 = 16 \quad &\vee \quad z_2 = 2.25 && | \; x = \sqrt{z} \\ x_2 = 4 \quad &\vee \quad x_3 = -4 \quad \vee \quad x_4 = 1.5 \quad \vee \quad x_5 = -1.5 \end{aligned}$$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

d) $f(x) = x^5 - 3x^4 - 13x^3 + 15x^2$

$$\begin{aligned} 0 &= x^5 - 3x^4 - 13x^3 + 15x^2 \\ &= x^2(x^3 - 3x^2 - 13x + 15) \quad | \, x_{1/2} = 0 \end{aligned}$$

$$0 = x^3 - 3x^2 - 13x + 15 \qquad | \, x_3 = 1$$

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & -3 & -13 & 15 \\ 1 & & 1 & -2 & -15 \\ \hline & 1 & -2 & -15 & 0 \end{array}$$

$$\begin{aligned} 0 &= x^2 - 2x - 15 \\ x_{4/5} &= 1 \pm \sqrt{1^2 + 15} \\ x_4 &= 5 \quad \vee \quad x_5 = -3 \end{aligned}$$

e) $f(x) = x^5 - 29x^3 + 100x$

$$\begin{aligned} 0 &= x^5 - 29x^3 + 100x \\ &= x(x^4 - 29x^2 + 100) && | \, x_1 = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 0 &= x^4 - 29x^2 + 100 && | \, x^2 = z \\ &= z^2 - 29z + 100 \\ z_{1/2} &= 14.5 \pm \sqrt{14.5^2 - 100} \\ z_1 &= 25 \quad \vee \quad z_2 = 4 && | \, x = \sqrt{z} \\ x_2 &= 5 \quad \vee \quad x_3 = -5 \quad \vee \quad x_4 = 2 \quad \vee \quad x_5 = -2 \end{aligned}$$

f) $f(x) = x^5 - 5.7x^4 - 2.5x^3 + 19.8x^2$

$$\begin{aligned} 0 &= x^5 - 5.7x^4 - 2.5x^3 + 19.8x^2 \\ &= x^2(x^3 - 5.7x^2 - 2.5x + 19.8) \quad | \, x_{1/2} = 0 \end{aligned}$$

$$0 = x^3 - 5.7x^2 - 2.5x + 19.8 \qquad | \, x_3 = 2$$

Das Horner-Schema kann hier aus technischen Gründen nur mit Brüchen dargestellt werden. Sie können selbstverständlich mit den Dezimalwerten rechnen.

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & -\frac{57}{10} & -\frac{5}{2} & \frac{99}{5} \\ 2 & & 2 & -\frac{37}{5} & -\frac{99}{5} \\ \hline & 1 & -\frac{37}{10} & -\frac{99}{10} & 0 \end{array}$$

$$\begin{aligned} 0 &= x^2 - 3.7x - 9.9 \\ x_{4/5} &= 1.85 \pm \sqrt{1.85^2 + 9.9} \\ x_4 &= 5.5 \quad \vee \quad x_5 = -1.8 \end{aligned}$$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**