DAS MATHEBUCH – Lösung zu Aufgabe jLFGTe

In Kapitel 4 wurde in Aufgabe 4.118 bereits der „Berliner Bogen“ in Hamburg betrachtet. Die Glasfassade kann näherungsweise durch eine Parabel beschrieben werden, die den äußeren Rand der Front bildet: $f(x) = -0.03x^2 + 36$. Dabei entspricht 36 m der maximalen Höhe der Fassade; die gesamte Breite beträgt 69 m.

a) Berechnen Sie mithilfe des Modells, wie groß die Glasfläche der Fassade ist (in m^2).

Da die gesamte Breite 69 m beträgt, wird das Intervall $[-34.5; 34.5]$ betrachtet. Die Glasfläche ergibt sich als Flächeninhalt zwischen dem Graphen und der x-Achse.

Da die Funktion achsensymmetrisch zur y-Achse ist, gilt:

$$\begin{aligned} A &= \int_{-34.5}^{34.5} (-0.03x^2 + 36)\,dx \\ &= 2\int_{0}^{34.5} (-0.03x^2 + 36)\,dx \\ &= 2\left[-0.01x^3 + 36x\right]_0^{34.5} \\ &= 2\left(-0.01 \cdot 34.5^3 + 36 \cdot 34.5 - 0\right) \\ &= 2\,(-410.63625 + 1242) \\ &= 1662.7275 \end{aligned}$$

Die Glasfläche der Fassade beträgt also ungefähr $1662.73\,\mathrm{m}^2$.

b) Für die Fassade wird Doppelverglasung eingesetzt: zwei Glasscheiben mit jeweils 2 mm Dicke. Bestimmen Sie auf dieser Grundlage das Gesamtgewicht des verbauten Glases in Tonnen. Verwenden Sie für Glas die Dichte $\rho = 2600\,\mathrm{kg/m}^3$.

Die gesamte Glasdicke beträgt $d = 2 \cdot 2\,\mathrm{mm} = 4\,\mathrm{mm} = 0.004\,\mathrm{m}$.

Damit ergibt sich für das Glasvolumen:

$$\begin{aligned} V &= A \cdot d \\ &= 1662.7275 \cdot 0.004 \\ &= 6.65091 \end{aligned}$$

Mit der Dichte von Glas folgt für die Masse:

$$\begin{aligned} m &= \rho \cdot V \\ &= 2600 \cdot 6.65091 \\ &= 17\,292.366 \end{aligned}$$

Das Glasvolumen beträgt $6.65091\,\mathrm{m}^3$, die Masse 17 292.366 kg. Das Gesamtgewicht des verbauten Glases beträgt also ungefähr 17.29 t.

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**