DAS MATHEBUCH – Lösung zu Aufgabe j12fvX

Von einer Parabel sind der Scheitelpunkt S und ein weiterer Punkt P gegeben. Bestimmen Sie die Normalform der Parabel, welche durch die beiden angegebenen Punkte verläuft.

a) $S(-3 \mid -2)$; $\quad P(-1 \mid 6)$

$$\begin{aligned} f(x) &= a(x-d)^2 + e && \mid S \text{ einsetzen} \\ f(x) &= a(x+3)^2 - 2 \\ \\ f(-1) &= 6 \\ a(-1+3)^2 - 2 &= 6 && \mid \text{zusammenfassen} \\ 4a - 2 &= 6 && \mid +2 \\ 4a &= 8 && \mid :4 \\ a &= 2 \\ \\ \Rightarrow f(x) &= 2(x+3)^2 - 2 \\ &= 2(x^2 + 6x + 9) - 2 \\ &= 2x^2 + 12x + 18 - 2 \\ &= 2x^2 + 12x + 16 \end{aligned}$$

b) $S(2 \mid 1)$; $\quad P(0 \mid 5.5)$

$$\begin{aligned} f(x) &= a(x-d)^2 + e && \mid S \text{ einsetzen} \\ f(x) &= a(x-2)^2 + 1 \\ \\ f(0) &= 5.5 \\ a(0-2)^2 + 1 &= 5.5 && \mid \text{zusammenfassen} \\ 4a + 1 &= 5.5 && \mid -1 \\ 4a &= 4.5 && \mid :4 \\ a &= 1.125 \\ \\ \Rightarrow f(x) &= 1.125(x-2)^2 + 1 \\ &= 1.125(x^2 - 4x + 4) + 1 \\ &= 1.125x^2 - 4.5x + 4.5 + 1 \\ &= 1.125x^2 - 4.5x + 5.5 \end{aligned}$$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

c) $S(-1 \mid 4)$; $P(1 \mid 8)$

$$\begin{aligned} f(x) &= a(x-d)^2 + e && \mid S \text{ einsetzen} \\ f(x) &= a(x+1)^2 + 4 \\ f(1) &= 8 \\ a(1+1)^2 + 4 &= 8 && \mid \text{zusammenfassen} \\ 4a + 4 &= 8 && \mid -4 \\ 4a &= 4 && \mid :4 \\ a &= 1 \\ \Rightarrow f(x) &= (x+1)^2 + 4 \\ &= (x^2 + 2x + 1) + 4 \\ &= x^2 + 2x + 1 + 4 \\ &= x^2 + 2x + 5 \end{aligned}$$

d) $S(0 \mid 4)$; $P(2 \mid 6)$

$$\begin{aligned} f(x) &= a(x-d)^2 + e && \mid S \text{ einsetzen} \\ f(x) &= ax^2 + 4 \\ f(2) &= 6 \\ a(2-0)^2 + 4 &= 6 && \mid \text{zusammenfassen} \\ 4a + 4 &= 6 && \mid -4 \\ 4a &= 2 && \mid :4 \\ a &= 0.5 \\ \Rightarrow f(x) &= 0.5(x-0)^2 + 4 \\ &= 0.5x^2 + 4 \end{aligned}$$

e) $S(3 \mid -5)$; $P(5 \mid -1)$

$$\begin{aligned} f(x) &= a(x-d)^2 + e && \mid S \text{ einsetzen} \\ f(x) &= a(x-3)^2 - 5 \\ f(5) &= -1 \\ a(5-3)^2 - 5 &= -1 && \mid \text{zusammenfassen} \\ 4a - 5 &= -1 && \mid +5 \\ 4a &= 4 && \mid :4 \\ a &= 1 \\ \Rightarrow f(x) &= (x-3)^2 - 5 \\ &= (x^2 - 6x + 9) - 5 \\ &= x^2 - 6x + 9 - 5 \\ &= x^2 - 6x + 4 \end{aligned}$$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

f) $S(-6 \mid 11)$; $P(-2 \mid 15)$

$$\begin{aligned} f(x) &= a(x-d)^2+e && \mid S \text{ einsetzen} \\ f(x) &= a(x+6)^2+11 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(-2) &= 15 \\ a(-2+6)^2+11 &= 15 && \mid \text{zusammenfassen} \\ 16a+11 &= 15 && \mid -11 \\ 16a &= 4 && \mid :16 \\ a &= 0.25 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow f(x) &= 0.25(x+6)^2+11 \\ &= 0.25(x^2+12x+36)+11 \\ &= 0.25x^2+3x+9+11 \\ &= 0.25x^2+3x+20 \end{aligned}$$

g) $S(-1 \mid -6.5)$; $P(4 \mid 6)$

$$\begin{aligned} f(x) &= a(x-d)^2+e && \mid S \text{ einsetzen} \\ f(x) &= a(x+1)^2-6.5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(4) &= 6 \\ a(4+1)^2-6.5 &= 6 && \mid \text{zusammenfassen} \\ 25a-6.5 &= 6 && \mid +6.5 \\ 25a &= 12.5 && \mid :25 \\ a &= 0.5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow f(x) &= 0.5(x+1)^2-6.5 \\ &= 0.5(x^2+2x+1)-6.5 \\ &= 0.5x^2+x+0.5-6.5 \\ &= 0.5x^2+x-6 \end{aligned}$$

h) $S(5 \mid 3)$; $P(4 \mid 10)$

$$\begin{aligned} f(x) &= a(x-d)^2+e && \mid S \text{ einsetzen} \\ f(x) &= a(x-5)^2+3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(4) &= 10 \\ a(4-5)^2+3 &= 10 && \mid \text{zusammenfassen} \\ a+3 &= 10 && \mid -3 \\ a &= 7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow f(x) &= 7(x-5)^2+3 \\ &= 7(x^2-10x+25)+3 \\ &= 7x^2-70x+175+3 \\ &= 7x^2-70x+178 \end{aligned}$$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

i) $S(-3 \mid 1)$; $P(5 \mid 4)$

$$
\begin{aligned}
f(x) &= a(x-d)^2 + e && \mid S \text{ einsetzen} \\
f(x) &= a(x+3)^2 + 1 \\
f(5) &= 4 \\
a(5+3)^2 + 1 &= 4 && \mid \text{zusammenfassen} \\
64a + 1 &= 4 && \mid -1 \\
64a &= 3 && \mid :64 \\
a &= \frac{3}{64} \\
\Rightarrow f(x) &= \frac{3}{64}(x+3)^2 + 1 \\
&= \frac{3}{64}(x^2 + 6x + 9) + 1 \\
&= \frac{3}{64}x^2 + \frac{9}{32}x + \frac{27}{64} + 1 \\
&= \frac{3}{64}x^2 + \frac{9}{32}x + \frac{91}{64}
\end{aligned}
$$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**