DAS MATHEBUCH – Lösung zu Aufgabe iBfSQZ

Bestimmen Sie den geometrischen Flächeninhalt zwischen den Graphen von $f(x) = x^3 - 3x$ und $g(x) = x$.

$$\begin{aligned} d(x) &= f(x) - g(x) \\ &= x^3 - 3x - x \\ &= x^3 - 4x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 0 &= x^3 - 4x \\ &= x(x^2 - 4) && | \; x_1 = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 0 &= x^2 - 4 && | \; +4 \\ x^2 &= 4 && | \; \sqrt{} \\ x_2 &= 2 \quad \vee \quad x_3 = -2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_1 &= \int_{-2}^{0} (x^3 - 4x)\, dx \\ &= \Big[0.25x^4 - 2x^2\Big]_{-2}^{0} \\ &= 0.25 \cdot 0^4 - 2 \cdot 0^2 - \Big(0.25 \cdot (-2)^4 - 2 \cdot (-2)^2\Big) \\ &= 0 - (4 - 8) \\ &= 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_2 &= \int_{0}^{2} (x^3 - 4x)\, dx \\ &= \Big[0.25x^4 - 2x^2\Big]_{0}^{2} \\ &= 0.25 \cdot 2^4 - 2 \cdot 2^2 - \Big(0.25 \cdot 0^4 - 2 \cdot 0^2\Big) \\ &= 4 - 8 - 0 \\ &= -4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A &= |A_1| + |A_2| \\ &= |4| + |-4| \\ &= 8 \end{aligned}$$

Der geometrische Flächeninhalt zwischen den Graphen beträgt also 8 FE.

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**