DAS MATHEBUCH – Lösung zu Aufgabe hTt7Lu

Gesucht ist eine achsensymmetrische Funktion vierten Grades, die bei $x = 2$ eine Nullstelle besitzt. Außerdem hat der Graph im Punkt $P(1 \mid -6)$ eine Tangente mit der Steigung $m = -2$. Wegen der Achsensymmetrie zur y-Achse kommen nur gerade Exponenten vor:

$$f(x) = ax^4 + bx^2 + c$$
$$f'(x) = 4ax^3 + 2bx$$

$$\begin{aligned}
f(2) = 0 \quad &\Rightarrow \quad 0 = a \cdot 2^4 + b \cdot 2^2 + c \quad &&= 16a + 4b + c \\
f(1) = -6 \quad &\Rightarrow \quad -6 = a \cdot 1^4 + b \cdot 1^2 + c \quad &&= a + b + c \\
f'(1) = -2 \quad &\Rightarrow \quad -2 = 4a \cdot 1^3 + 2b \cdot 1 \quad &&= 4a + 2b
\end{aligned}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 16 & 4 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & -6 \\ 4 & 2 & 0 & -2 \end{array}\right) \quad \begin{array}{l} 16 \cdot \text{II} - \text{I} \\ 4 \cdot \text{III} - \text{I} \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 16 & 4 & 1 & 0 \\ 0 & 12 & 15 & -96 \\ 0 & 4 & -1 & -8 \end{array}\right) \quad 3 \cdot \text{III} - \text{II}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 16 & 4 & 1 & 0 \\ 0 & 12 & 15 & -96 \\ 0 & 0 & -18 & 72 \end{array}\right)$$

$$\begin{array}{lll} \text{III} & -18c = 72 & \mid :(-18) \\ & c = -4 & \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} \text{II} & 12b + 15 \cdot (-4) = -96 & \mid +60 \\ & 12b = -36 & \mid :12 \\ & b = -3 & \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} \text{I} & 16a + 4 \cdot (-3) - 4 = 0 & \mid +16 \\ & 16a = 16 & \mid :16 \\ & a = 1 & \end{array}$$

$$\Rightarrow f(x) = x^4 - 3x^2 - 4$$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**