DAS MATHEBUCH – Lösung zu Aufgabe hRyynR

Bei der Vermessung des Bogens einer Holzbrücke wurden drei Punkte aufgenommen:

$$P_1(-8 \mid 0.4), \quad P_2(0 \mid 1.2), \quad P_3(2 \mid 1.2)$$

Ermitteln Sie daraus die Spannweite des Brückenbogens sowie die maximale Höhe des Bogens.

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

$$\begin{aligned}
f(0) = 1.2 \quad &\Rightarrow \quad c = 1.2 \\
f(-8) = 0.4 \quad &\Rightarrow \quad 0.4 = a \cdot (-8)^2 + b \cdot (-8) + 1.2 \quad = 64a - 8b + 1.2 \\
f(2) = 1.2 \quad &\Rightarrow \quad 1.2 = a \cdot 2^2 + b \cdot 2 + 1.2 \quad = 4a + 2b + 1.2
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{I} \quad & 64a - 8b + 1.2 = 0.4 \quad \mid -1.2 \\
& 64a - 8b = -0.8 \\
\text{II} \quad & 4a + 2b + 1.2 = 1.2 \quad \mid -1.2 \\
& 4a + 2b = 0
\end{aligned}$$

$$\left(\begin{array}{cc|c} 64 & -8 & -0.8 \\ 4 & 2 & 0 \end{array}\right) \qquad 16 \cdot \text{II} - \text{I}$$

$$\left(\begin{array}{cc|c} 64 & -8 & -0.8 \\ 0 & 40 & 0.8 \end{array}\right)$$

$$\begin{aligned}
\text{II} \quad & 40b = 0.8 \quad \mid :40 \\
& b = 0.02
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{I} \quad & 64a - 8 \cdot 0.02 = -0.8 \\
& 64a - 0.16 = -0.8 \quad \mid +0.16 \\
& 64a = -0.64 \quad \mid :64 \\
& a = -0.01 \\
\Rightarrow \; & f(x) = -0.01x^2 + 0.02x + 1.2
\end{aligned}$$

Spannweite

$$\begin{aligned}
0 &= -0.01x^2 + 0.02x + 1.2 \quad \mid :(-0.01) \\
&= x^2 - 2x - 120 \\
x_{1/2} &= 1 \pm \sqrt{1^2 + 120} \\
x_1 &= 12 \quad \vee \quad x_2 = -10 \\
& \qquad 12 - (-10) = 22
\end{aligned}$$

Die Spannweite des Brückenbogens beträgt 22 Längeneinheiten.

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

Maximale Höhe

$$\begin{aligned} f(x) &= -0.01x^2 + 0.02x + 1.2 \\ &= -0.01(x^2 - 2x) + 1.2 \\ &= -0.01(x^2 - 2x + 1 - 1) + 1.2 \\ &= -0.01\left((x-1)^2 - 1\right) + 1.2 \\ &= -0.01(x-1)^2 + 0.01 + 1.2 \\ &= -0.01(x-1)^2 + 1.21 \\ &\Rightarrow S(1 \mid 1.21) \end{aligned}$$

Die maximale Höhe des Brückenbogens beträgt 1.21 Längeneinheiten.

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**