DAS MATHEBUCH – Lösung zu Aufgabe gxQv8Y

Berechnen Sie die Scheitelpunktform der folgenden quadratischen Funktionen. Geben Sie zusätzlich den Streckungsfaktor, den y-Achsenabschnitt sowie die Koordinaten des Scheitelpunkts an.

a) $f(x) = 3x^2 - 6x - 5$

$$\begin{aligned} f(x) &= 3x^2 - 6x - 5 \\ &= 3(x^2 - 2x) - 5 \\ &= 3(x^2 - 2x + 1 - 1) - 5 \\ &= 3\left((x-1)^2 - 1\right) - 5 \\ &= 3(x-1)^2 - 3 - 5 \\ &= 3(x-1)^2 - 8 \\ &\Rightarrow S(1 \mid -8) \end{aligned}$$

Streckungsfaktor: $a = 3$

y-Achsenabschnitt: $f(0) = -5 \quad \Rightarrow \quad S_y(0 \mid -5)$

b) $g(x) = 2x^2 - 8x + 13$

$$\begin{aligned} g(x) &= 2x^2 - 8x + 13 \\ &= 2(x^2 - 4x) + 13 \\ &= 2(x^2 - 4x + 4 - 4) + 13 \\ &= 2\left((x-2)^2 - 4\right) + 13 \\ &= 2(x-2)^2 - 8 + 13 \\ &= 2(x-2)^2 + 5 \\ &\Rightarrow S(2 \mid 5) \end{aligned}$$

Streckungsfaktor: $a = 2$

y-Achsenabschnitt: $g(0) = 13 \quad \Rightarrow \quad S_y(0 \mid 13)$

c) $h(x) = 4x^2 + 10x - 12$

$$\begin{aligned} h(x) &= 4x^2 + 10x - 12 \\ &= 4(x^2 + 2.5x) - 12 \\ &= 4(x^2 + 2.5x + 1.5625 - 1.5625) - 12 \\ &= 4\left((x+1.25)^2 - 1.5625\right) - 12 \\ &= 4(x+1.25)^2 - 6.25 - 12 \\ &= 4(x+1.25)^2 - 18.25 \\ &\Rightarrow S(-1.25 \mid -18.25) \end{aligned}$$

Streckungsfaktor: $a = 4$

y-Achsenabschnitt: $h(0) = -12 \quad \Rightarrow \quad S_y(0 \mid -12)$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

d) $i(x) = 5x^2 + 25x + 15$

$$\begin{aligned} i(x) &= 5x^2 + 25x + 15 \\ &= 5(x^2 + 5x) + 15 \\ &= 5(x^2 + 5x + 6.25 - 6.25) + 15 \\ &= 5\left((x + 2.5)^2 - 6.25\right) + 15 \\ &= 5(x + 2.5)^2 - 31.25 + 15 \\ &= 5(x + 2.5)^2 - 16.25 \\ &\Rightarrow S(-2.5 \mid -16.25) \end{aligned}$$

Streckungsfaktor: $a = 5$
y-Achsenabschnitt: $i(0) = 15 \quad \Rightarrow \quad S_y(0 \mid 15)$

e) $j(x) = 6x^2 + 18x + 30$

$$\begin{aligned} j(x) &= 6x^2 + 18x + 30 \\ &= 6(x^2 + 3x) + 30 \\ &= 6(x^2 + 3x + 2.25 - 2.25) + 30 \\ &= 6\left((x + 1.5)^2 - 2.25\right) + 30 \\ &= 6(x + 1.5)^2 - 13.5 + 30 \\ &= 6(x + 1.5)^2 + 16.5 \\ &\Rightarrow S(-1.5 \mid 16.5) \end{aligned}$$

Streckungsfaktor: $a = 6$
y-Achsenabschnitt: $j(0) = 30 \quad \Rightarrow \quad S_y(0 \mid 30)$

f) $k(x) = 4x^2 - 4x + 3$

$$\begin{aligned} k(x) &= 4x^2 - 4x + 3 \\ &= 4(x^2 - x) + 3 \\ &= 4(x^2 - x + 0.25 - 0.25) + 3 \\ &= 4\left((x - 0.5)^2 - 0.25\right) + 3 \\ &= 4(x - 0.5)^2 - 1 + 3 \\ &= 4(x - 0.5)^2 + 2 \\ &\Rightarrow S(0.5 \mid 2) \end{aligned}$$

Streckungsfaktor: $a = 4$
y-Achsenabschnitt: $k(0) = 3 \quad \Rightarrow \quad S_y(0 \mid 3)$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

g) $l(x) = 2x^2 - 6x - 8$

$$\begin{aligned} l(x) &= 2x^2 - 6x - 8 \\ &= 2(x^2 - 3x) - 8 \\ &= 2(x^2 - 3x + 2.25 - 2.25) - 8 \\ &= 2\left((x - 1.5)^2 - 2.25\right) - 8 \\ &= 2(x - 1.5)^2 - 4.5 - 8 \\ &= 2(x - 1.5)^2 - 12.5 \\ &\Rightarrow S(1.5 \mid -12.5) \end{aligned}$$

Streckungsfaktor: $a = 2$

y-Achsenabschnitt: $l(0) = -8 \quad \Rightarrow \quad S_y(0 \mid -8)$

h) $m(x) = 3x^2 + 15x + 5$

$$\begin{aligned} m(x) &= 3x^2 + 15x + 5 \\ &= 3(x^2 + 5x) + 5 \\ &= 3(x^2 + 5x + 6.25 - 6.25) + 5 \\ &= 3\left((x + 2.5)^2 - 6.25\right) + 5 \\ &= 3(x + 2.5)^2 - 18.75 + 5 \\ &= 3(x + 2.5)^2 - 13.75 \\ &\Rightarrow S(-2.5 \mid -13.75) \end{aligned}$$

Streckungsfaktor: $a = 3$

y-Achsenabschnitt: $m(0) = 5 \quad \Rightarrow \quad S_y(0 \mid 5)$

i) $n(x) = 4x^2 - 15x + 7$

$$\begin{aligned} n(x) &= 4x^2 - 15x + 7 \\ &= 4(x^2 - 3.75x) + 7 \\ &= 4\left(x^2 - 3.75x + \frac{225}{64} - \frac{225}{64}\right) + 7 \\ &= 4\left(\left(x - \frac{15}{8}\right)^2 - \frac{225}{64}\right) + 7 \\ &= 4\left(x - \frac{15}{8}\right)^2 - \frac{225}{16} + 7 \\ &= 4\left(x - \frac{15}{8}\right)^2 - \frac{113}{16} \\ &= 4(x - 1.875)^2 - 7.0625 \\ &\Rightarrow S\left(\frac{15}{8} \;\middle|\; -\frac{113}{16}\right) = S(1.875 \mid -7.0625) \end{aligned}$$

Streckungsfaktor: $a = 4$

y-Achsenabschnitt: $n(0) = 7 \quad \Rightarrow \quad S_y(0 \mid 7)$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**