DAS MATHEBUCH – Lösung zu Aufgabe fN5djE

Bei den folgenden Funktionen liegt jeweils eine Nullstelle im Intervall $[-3;\,3]$. Bestimmen Sie diese Nullstelle (z. B. durch systematisches Ausprobieren oder mithilfe der Tabellenfunktion des Taschenrechners). Führen Sie mit dieser Nullstelle die Polynomdivision durch und bestimmen Sie anschließend alle übrigen Nullstellen.

a) $l(x) = 2x^3 - 6x^2 - 56x + 120$

$$\begin{aligned}
l(2) &= 2 \cdot 2^3 - 6 \cdot 2^2 - 56 \cdot 2 + 120 = 0 \\
0 &= 2x^3 - 6x^2 - 56x + 120 \quad | \, x_1 = 2 \\
\Big(\quad 2x^3 - 6x^2 - 56x + 120 \Big) &\div \Big(x - 2 \Big) = 2x^2 - 2x - 60 \\
\underline{-\,2x^3 + 4x^2} & \\
-\,2x^2 - 56x & \\
\underline{\quad 2x^2 \;\; - 4x} & \\
-\,60x + 120 & \\
\underline{\quad\;\; 60x - 120} & \\
0 &
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
0 &= 2x^2 - 2x - 60 \qquad | :2 \\
&= x^2 - x - 30 \\
x_{2/3} &= 0.5 \pm \sqrt{0.5^2 + 30} \\
x_2 = 6 \quad &\vee \quad x_3 = -5
\end{aligned}$$

b) $m(x) = -x^3 - 6x^2 + 19x + 84$

$$\begin{aligned}
m(-3) &= -(-3)^3 - 6 \cdot (-3)^2 + 19 \cdot (-3) + 84 = 0 \\
0 &= -x^3 - 6x^2 + 19x + 84 \quad | \, x_1 = -3 \\
\Big(-x^3 - 6x^2 + 19x + 84 \Big) &\div \Big(x + 3 \Big) = -x^2 - 3x + 28 \\
\underline{\quad x^3 + 3x^2} & \\
-\,3x^2 + 19x & \\
\underline{\quad 3x^2 \;\; + 9x} & \\
28x + 84 & \\
\underline{-\,28x - 84} & \\
0 &
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
0 &= -x^2 - 3x + 28 \qquad | :(-1) \\
&= x^2 + 3x - 28 \\
x_{2/3} &= -1.5 \pm \sqrt{1.5^2 + 28} \\
x_2 = 4 \quad &\vee \quad x_3 = -7
\end{aligned}$$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

c) $n(x) = 3x^3 - 12x^2 - 75x + 84$

$$n(1) = 3 \cdot 1^3 - 12 \cdot 1^2 - 75 \cdot 1 + 84 = 0$$

$$0 = 3x^3 - 12x^2 - 75x + 84 \quad | \, x_1 = 1$$

$$\Big(\quad 3x^3 - 12x^2 - 75x + 84 \Big) \div \Big(x - 1 \Big) = 3x^2 - 9x - 84$$

$$\begin{array}{r} -3x^3 \;\; +3x^2 \\ \hline -9x^2 - 75x \\ 9x^2 \;\; -9x \\ \hline -84x + 84 \\ 84x - 84 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{aligned} 0 &= 3x^2 - 9x - 84 \qquad | \, :3 \\ &= x^2 - 3x - 28 \\ x_{2/3} &= 1.5 \pm \sqrt{1.5^2 + 28} \\ x_2 &= 7 \quad \vee \quad x_3 = -4 \end{aligned}$$

d) $o(x) = -2x^3 - 6x^2 + 56x + 120$

$$o(-2) = -2 \cdot (-2)^3 - 6 \cdot (-2)^2 + 56 \cdot (-2) + 120 = 0$$

$$0 = -2x^3 - 6x^2 + 56x + 120 \quad | \, x_1 = -2$$

$$\Big(-2x^3 - 6x^2 + 56x + 120 \Big) \div \Big(x + 2 \Big) = -2x^2 - 2x + 60$$

$$\begin{array}{r} 2x^3 + 4x^2 \\ \hline -2x^2 + 56x \\ 2x^2 \;\; +4x \\ \hline 60x + 120 \\ -60x - 120 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{aligned} 0 &= -2x^2 - 2x + 60 \qquad | \, :(-2) \\ &= x^2 + x - 30 \\ x_{2/3} &= -0.5 \pm \sqrt{0.5^2 + 30} \\ x_2 &= 5 \quad \vee \quad x_3 = -6 \end{aligned}$$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**