DAS MATHEBUCH – Lösung zu Aufgabe emgL7e

Bestimmen Sie jeweils den Funktionsmittelwert m von f im angegebenen Intervall $[a;b]$.

a) $f(x)=2x+3$ Intervall $[-1;4]$

$$\begin{aligned} m &= \frac{1}{4-(-1)}\int_{-1}^{4}(2x+3)\,dx \\ &= \frac{1}{5}\left[x^2+3x\right]_{-1}^{4} \\ &= \frac{1}{5}\left(4^2+3\cdot 4-\left((-1)^2+3\cdot(-1)\right)\right) \\ &= \frac{1}{5}(28-(-2)) \\ &= \frac{30}{5}=6 \end{aligned}$$

b) $f(x)=-x^2+4x$ Intervall $[0;6]$

$$\begin{aligned} m &= \frac{1}{6-0}\int_{0}^{6}(-x^2+4x)\,dx \\ &= \frac{1}{6}\left[-\frac{1}{3}x^3+2x^2\right]_{0}^{6} \\ &= \frac{1}{6}\left(-\frac{1}{3}\cdot 6^3+2\cdot 6^2-0\right) \\ &= \frac{1}{6}(-72+72) \\ &= 0 \end{aligned}$$

c) $f(x)=x^3-2x$ Intervall $[-1;2]$

$$\begin{aligned} m &= \frac{1}{2-(-1)}\int_{-1}^{2}(x^3-2x)\,dx \\ &= \frac{1}{3}\left[\frac{1}{4}x^4-x^2\right]_{-1}^{2} \\ &= \frac{1}{3}\left(\frac{1}{4}\cdot 2^4-2^2-\left(\frac{1}{4}\cdot(-1)^4-(-1)^2\right)\right) \\ &= \frac{1}{3}\left(4-4-\left(\frac{1}{4}-1\right)\right) \\ &= \frac{1}{3}\left(0-\left(-\frac{3}{4}\right)\right) \\ &= \frac{1}{4}=0.25 \end{aligned}$$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

d) $f(x) = 0.5x^2 - x + 1$ Intervall $[-2; 2]$

$$
\begin{aligned}
m &= \frac{1}{2-(-2)} \int_{-2}^{2} (0.5x^2 - x + 1)\, dx \\
&= \frac{1}{4} \left[\frac{1}{6}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + x \right]_{-2}^{2} \\
&= \frac{1}{4} \left(\frac{1}{6} \cdot 2^3 - \frac{1}{2} \cdot 2^2 + 2 - \left(\frac{1}{6} \cdot (-2)^3 - \frac{1}{2} \cdot (-2)^2 + (-2) \right) \right) \\
&= \frac{1}{4} \left(\frac{4}{3} - 2 + 2 - \left(-\frac{4}{3} - 2 - 2 \right) \right) \\
&= \frac{1}{4} \left(\frac{4}{3} - \left(-\frac{16}{3} \right) \right) \\
&= \frac{1}{4} \cdot \frac{20}{3} \\
&= \frac{5}{3} \approx 1.667
\end{aligned}
$$

e) $f(x) = -0.2x^3 + x^2 + 2$ Intervall $[0; 5]$

$$
\begin{aligned}
m &= \frac{1}{5-0} \int_{0}^{5} (-0.2x^3 + x^2 + 2)\, dx \\
&= \frac{1}{5} \left[-0.05x^4 + \frac{1}{3}x^3 + 2x \right]_{0}^{5} \\
&= \frac{1}{5} \left(-0.05 \cdot 5^4 + \frac{1}{3} \cdot 5^3 + 2 \cdot 5 - 0 \right) \\
&= \frac{1}{5} \left(-31.25 + \frac{125}{3} + 10 \right) \\
&= \frac{1}{5} \cdot \frac{245}{12} \\
&= \frac{49}{12} \approx 4.083
\end{aligned}
$$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

f) $f(x) = 3 - x^4$ Intervall $[-1; 1]$

$$
\begin{aligned}
m &= \frac{1}{1-(-1)} \int_{-1}^{1} (3 - x^4)\, dx \\
&= \frac{1}{2} \left[3x - \frac{1}{5} x^5 \right]_{-1}^{1} \\
&= \frac{1}{2} \left(3 \cdot 1 - \frac{1}{5} \cdot 1^5 - \left(3 \cdot (-1) - \frac{1}{5} \cdot (-1)^5 \right) \right) \\
&= \frac{1}{2} \left(3 - \frac{1}{5} - \left(-3 + \frac{1}{5} \right) \right) \\
&= \frac{1}{2} \left(\frac{14}{5} - \left(-\frac{14}{5} \right) \right) \\
&= \frac{1}{2} \cdot \frac{28}{5} \\
&= \frac{14}{5} = 2.8
\end{aligned}
$$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**