DAS MATHEBUCH – Lösung zu Aufgabe dCvkNM

Das Start-up ECOstep produziert Sneaker aus Recyclingmaterialien. Die Preisgestaltung erfolgt nach $p(x) = -0.05x + 12$ und die Produktionskosten betragen $K(x) = 0.8x + 30$. Die Geschäftsleitung will wissen, ob das Projekt im ersten Produktionsjahr mit einer maximalen Stückzahl von 100 gewinnbringend ist.

a) Stellen Sie die Erlös- und Gewinnfunktion auf.

$$\begin{aligned} E(x) &= p(x) \cdot x \\ &= (-0.05x + 12) \cdot x \\ &= -0.05x^2 + 12x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} G(x) &= E(x) - K(x) \\ &= -0.05x^2 + 12x - (0.8x + 30) \\ &= -0.05x^2 + 12x - 0.8x - 30 \\ &= -0.05x^2 + 11.2x - 30 \end{aligned}$$

b) Untersuchen Sie, ob innerhalb der maximal geplanten Produktion Gewinn erzielt wird.

$$\begin{aligned} G(x) &= 0 \\ 0 &= -0.05x^2 + 11.2x - 30 \qquad | :(-0.05) \\ 0 &= x^2 - 224x + 600 \\ x_{1/2} &= 112 \pm \sqrt{112^2 - 600} \\ x_G &\approx 221.289 \quad \vee \quad x_S \approx 2.711 \end{aligned}$$

Da der Gewinnbereich zwischen 2.71 und 221.29 ME liegt, erzielt das Unternehmen auch bei 100 ME Gewinn.

c) Ermitteln Sie die optimale Absatzmenge für maximalen Gewinn.

$$\begin{aligned} x_C &= 2.711 + \frac{221.289 - 2.711}{2} = 112 \\ G(112) &= -0.05 \cdot 112^2 + 11.2 \cdot 112 - 30 = 597.2 \end{aligned}$$

Die gewinnmaximale Menge beträgt 112 ME mit einem Gewinn von 597.2 GE.

d) Um wie viel Prozent müsste die maximal produzierte Stückzahl erhöht werden, um die gewinnmaximale Produktionsmenge zu erreichen?

$$\begin{aligned} \frac{112}{100} \cdot 100\,\% &= 112\,\% \\ 112\,\% - 100\,\% &= 12\,\% \end{aligned}$$

Die Produktion müsste um 12 % gesteigert werden.

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

e) Der Produktionsleiter schlägt vor, bei Stückzahlen über 90 einen Mengenrabatt anzubieten. Diskutieren Sie, welche Konsequenzen das für den Gewinn hätte.

Ein Mengenrabatt senkt den Preis pro Stück und schmälert damit zunächst den Gewinn. Andererseits wird dadurch gegebenenfalls mehr bestellt, sodass der Gesamtgewinn trotzdem steigen kann.

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**