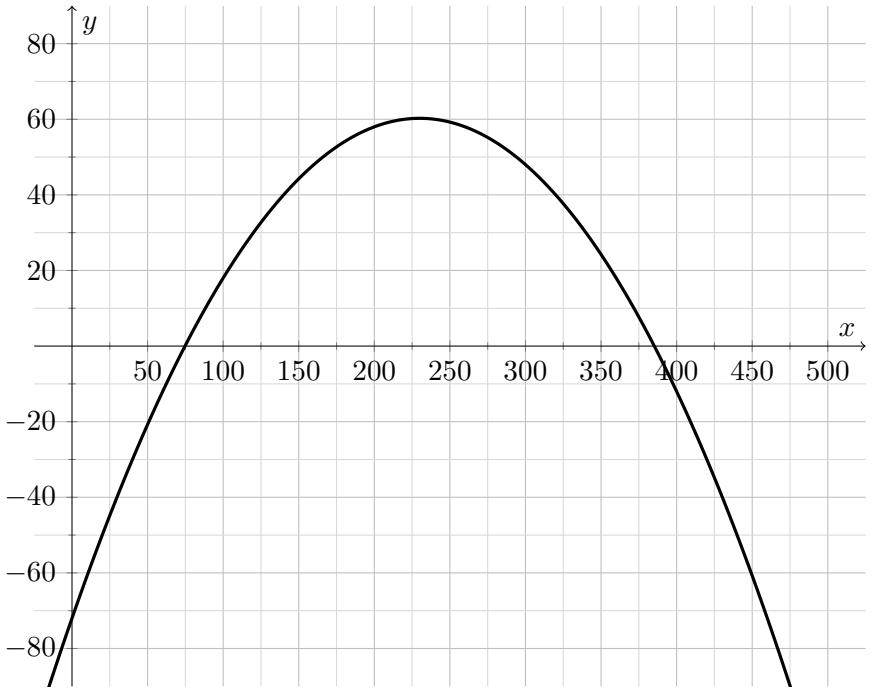
DAS MATHEBUCH – Lösung zu Aufgabe cpbg79

Schauen Sie sich die Beschreibung der Wushan-Brücke zu Beginn dieses Kapitels noch einmal genau an und bearbeiten Sie die folgenden Aufgaben:

> *„Die Wushan-Brücke in Zentral-China ist eine beeindruckende Straßenbrücke, die den Jangtsekiang bei der Stadt Wushan überquert. Sie gehört zu den zehn größten Bogenbrücken der Welt und wurde zwischen 2001 und 2005 fertiggestellt. Die Brücke verbindet wichtige Verkehrswege in der Region und spielt eine zentrale Rolle für den Transport und die wirtschaftliche Entwicklung des Gebiets. Die Brücke verfügt über jeweils zwei Fahrspuren pro Fahrtrichtung, die durch eine Mittellinie getrennt sind, sowie beidseitig 2 Meter breite Gehwege. Die gesamte Breite der Brücke beträgt 19 Meter. Um die Last der Fahrbahn zu tragen, wird diese auf beiden Seiten von jeweils 25 Stahlseilen (den sogenannten Hängern) stabilisiert. Der gesamte Brückenbogen, der die Fahrbahn trägt, kann näherungsweise durch die Funktionsgleichung $w(x) = -0.0025x^2 + 1.15x - 72$ beschrieben werden (alle Angaben in m). Dabei stellt die x-Achse die horizontale Ausrichtung der Fahrbahn dar.“*

a) Zeichnen Sie die Funktion des Brückenbogens mithilfe der Tabellenfunktion Ihres Taschenrechners in ein Koordinatensystem.
(Koordinatensystem: x-Achse von $0 \leq x \leq 500$; y-Achse: $-80 \leq y \leq 80$)



DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

b) Berechnen Sie die Gesamtlänge der Fahrbahn innerhalb des Brückenbogens. Runden Sie Ihr Ergebnis auf ganze Zahlen.

$$\begin{aligned} w(x) &= 0 \\ 0 &= -0.0025x^2 + 1.15x - 72 \qquad | :(-0.0025) \\ 0 &= x^2 - 460x + 28\,800 \\ x_{1/2} &= 230 \pm \sqrt{230^2 - 28\,800} \\ x_1 &\approx 385.242 \quad \vee \quad x_2 \approx 74.758 \\ l &= 385.242 - 74.758 = 310.484 \approx 310 \end{aligned}$$

Die Fahrbahn innerhalb des Brückenbogens ist etwa 310 m lang.

c) Ermitteln Sie die Länge des längsten Hängers ohne die Scheitelpunktform zu nutzen.

Der längste Hänger steht in der Mitte zwischen den beiden Nullstellen.

$$\begin{aligned} x_M &= 74.758 + \frac{310.484}{2} = 230 \\ w(230) &= -0.0025 \cdot 230^2 + 1.15 \cdot 230 - 72 = 60.25 \end{aligned}$$

Der längste Hänger ist 60.25 m lang.

d) Bestimmen Sie die Scheitelpunktform der Funktion $w(x)$ und verwenden Sie diese, um das Ergebnis aus Teilaufgabe c) zu überprüfen.

$$\begin{aligned} w(x) &= -0.0025x^2 + 1.15x - 72 \\ &= -0.0025(x^2 - 460x) - 72 \\ &= -0.0025(x^2 - 460x + 230^2 - 230^2) - 72 \\ &= -0.0025\left((x-230)^2 - 52\,900\right) - 72 \\ &= -0.0025(x-230)^2 + 132.25 - 72 \\ &= -0.0025(x-230)^2 + 60.25 \\ &\Rightarrow S(230 \mid 60.25) \end{aligned}$$

Der Scheitelpunkt liegt 60.25 m über der Fahrbahn. Der längste Hänger ist also 60.25 m lang. Das bestätigt das Ergebnis aus Teilaufgabe c).

e) Berechnen Sie die Länge des 4. und des 18. Hängers.

Die 25 Hänger teilen die Fahrbahn in 26 gleich lange Abschnitte (bei z. B. drei Hängern wären es vier Abschnitte).

$$\begin{aligned} x_{H4} &= 74.758 + \frac{310.484}{26} \cdot 4 \approx 122.525 \\ w(122.525) &= -0.0025 \cdot 122.525^2 + 1.15 \cdot 122.525 - 72 \approx 31.373 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x_{H18} &= 74.758 + \frac{310.484}{26} \cdot 18 \approx 289.708 \\ w(289.708) &= -0.0025 \cdot 289.708^2 + 1.15 \cdot 289.708 - 72 \approx 51.337 \end{aligned}$$

Der 4. Hänger ist etwa 31.37 m lang, der 18. Hänger etwa 51.34 m.

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**