DAS MATHEBUCH – Lösung zu Aufgabe cjb9Lz

Bestimmen Sie die Nullstellen der folgenden Funktionen.

a) $f(x) = x^2 - 4x - 12$

$$\begin{aligned} 0 &= x^2 - 4x - 12 \\ x_{1/2} &= 2 \pm \sqrt{2^2 + 12} \\ x_1 = 6 \quad &\vee \quad x_2 = -2 \end{aligned}$$

b) $f(x) = x^3 - 6x^2 + 12x - 8$

$$0 = x^3 - 6x^2 + 12x - 8 \quad | \, x_1 = 2$$

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & -6 & 12 & -8 \\ 2 & & 2 & -8 & 8 \\ \hline & 1 & -4 & 4 & 0 \end{array}$$

$$\begin{aligned} 0 &= x^2 - 4x + 4 \\ x_{2/3} &= 2 \pm \sqrt{2^2 - 4} \\ &= 2 \pm \sqrt{0} \\ x_2 &= 2 \end{aligned}$$

Die einzige Nullstelle ist $x = 2$ (dreifache Nullstelle).

c) $f(x) = x^3 - 6x^2 + 3x + 10$

$$0 = x^3 - 6x^2 + 3x + 10 \quad | \, x_1 = -1$$

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & -6 & 3 & 10 \\ -1 & & -1 & 7 & -10 \\ \hline & 1 & -7 & 10 & 0 \end{array}$$

$$\begin{aligned} 0 &= x^2 - 7x + 10 \\ x_{2/3} &= 3.5 \pm \sqrt{3.5^2 - 10} \\ x_2 = 5 \quad &\vee \quad x_3 = 2 \end{aligned}$$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

d) $f(x) = x^3 + 2x^2 - 7x + 4$

$$0 = x^3 + 2x^2 - 7x + 4 \quad | \, x_1 = -4$$

$$\begin{array}{r|cccc} & 1 & 2 & -7 & 4 \\ -4 & & -4 & 8 & -4 \\ \hline & 1 & -2 & 1 & 0 \end{array}$$

$$\begin{aligned} 0 &= x^2 - 2x + 1 \\ x_{2/3} &= 1 \pm \sqrt{1^2 - 1} \\ &= 1 \pm \sqrt{0} \\ x_2 &= 1 \end{aligned}$$

Die Nullstelle $x_2 = 1$ ist eine doppelte Nullstelle.

e) $f(x) = x^4 - 13x^2 + 36$

$$\begin{aligned} 0 &= x^4 - 13x^2 + 36 && | \, x^2 = z \\ &= z^2 - 13z + 36 \\ z_{1/2} &= 6.5 \pm \sqrt{6.5^2 - 36} \\ z_1 = 9 \quad &\vee \quad z_2 = 4 && | \, x = \sqrt{z} \\ x_1 = 3 \quad &\vee \quad x_2 = -3 \quad \vee \quad x_3 = 2 \quad \vee \quad x_4 = -2 \end{aligned}$$

f) $f(x) = x^4 + 2x^3 - 15x^2$

$$\begin{aligned} 0 &= x^4 + 2x^3 - 15x^2 \\ &= x^2(x^2 + 2x - 15) \qquad | \, x_1 = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 0 &= x^2 + 2x - 15 \\ x_{2/3} &= -1 \pm \sqrt{(-1)^2 + 15} \\ x_2 = 3 \quad &\vee \quad x_3 = -5 \end{aligned}$$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

g) $f(x) = x^4 - 15x^2 - 10x + 24$

$$0 = x^4 - 15x^2 - 10x + 24 \quad | \, x_1 = -3$$

$$\begin{array}{r|rrrrr} & 1 & 0 & -15 & -10 & 24 \\ -3 & & -3 & 9 & 18 & -24 \\ \hline & 1 & -3 & -6 & 8 & 0 \end{array}$$

$$0 = x^3 - 3x^2 - 6x + 8 \quad | \, x_2 = -2$$

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & -3 & -6 & 8 \\ -2 & & -2 & 10 & -8 \\ \hline & 1 & -5 & 4 & 0 \end{array}$$

$$0 = x^2 - 5x + 4$$

$$x_{3/4} = 2.5 \pm \sqrt{2.5^2 - 4}$$

$$x_3 = 4 \quad \vee \quad x_4 = 1$$

h) $f(x) = x^5 - 3x^4 - 11x^3 + 27x^2 + 10x - 24$

$$0 = x^5 - 3x^4 - 11x^3 + 27x^2 + 10x - 24 \quad | \, x_1 = -3$$

$$\begin{array}{r|rrrrrr} & 1 & -3 & -11 & 27 & 10 & -24 \\ -3 & & -3 & 18 & -21 & -18 & 24 \\ \hline & 1 & -6 & 7 & 6 & -8 & 0 \end{array}$$

$$0 = x^4 - 6x^3 + 7x^2 + 6x - 8 \quad | \, x_2 = -1$$

$$\begin{array}{r|rrrrr} & 1 & -6 & 7 & 6 & -8 \\ -1 & & -1 & 7 & -14 & 8 \\ \hline & 1 & -7 & 14 & -8 & 0 \end{array}$$

$$0 = x^3 - 7x^2 + 14x - 8 \quad | \, x_3 = 1$$

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & -7 & 14 & -8 \\ 1 & & 1 & -6 & 8 \\ \hline & 1 & -6 & 8 & 0 \end{array}$$

$$0 = x^2 - 6x + 8$$

$$x_{4/5} = 3 \pm \sqrt{3^2 - 8}$$

$$x_4 = 4 \quad \vee \quad x_5 = 2$$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

i) $f(x) = x^5 - 13x^3 + 36x$

$$\begin{aligned} 0 &= x^5 - 13x^3 + 36x \\ &= x(x^4 - 13x^2 + 36) && | \; x_1 = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 0 &= x^4 - 13x^2 + 36 && | \; x^2 = z \\ &= z^2 - 13z + 36 \\ z_{1/2} &= 6.5 \pm \sqrt{6.5^2 - 36} \\ z_1 = 9 \quad &\vee \quad z_2 = 4 && | \; x = \sqrt{z} \\ x_2 = 3 \quad &\vee \quad x_3 = -3 \quad \vee \quad x_4 = 2 \quad \vee \quad x_5 = -2 \end{aligned}$$

j) $f(x) = x^6 - 14x^4 + 49x^2 - 36$

$$0 = x^6 - 14x^4 + 49x^2 - 36 \quad | \; x_1 = -3$$

	1	0	−14	0	49	0	−36
−3		−3	9	15	−45	−12	36
	1	−3	−5	15	4	−12	0

$$0 = x^5 - 3x^4 - 5x^3 + 15x^2 + 4x - 12 \quad | \; x_2 = -2$$

	1	−3	−5	15	4	−12
−2		−2	10	−10	−10	12
	1	−5	5	5	−6	0

$$0 = x^4 - 5x^3 + 5x^2 + 5x - 6 \quad | \; x_3 = -1$$

	1	−5	5	5	−6
−1		−1	6	−11	6
	1	−6	11	−6	0

$$0 = x^3 - 6x^2 + 11x - 6 \quad | \; x_4 = 1$$

	1	−6	11	−6
1		1	−5	6
	1	−5	6	0

$$\begin{aligned} 0 &= x^2 - 5x + 6 \\ x_{5/6} &= 2.5 \pm \sqrt{2.5^2 - 6} \\ x_5 = 3 \quad &\vee \quad x_6 = 2 \end{aligned}$$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**