DAS MATHEBUCH – Lösung zu Aufgabe bnMHuq

Berechnen Sie alle übrigen Nullstellen der gegebenen Funktionen.

a) $f(x) = x^4 + 11x^3 - 92x + 80$ eine Nullstelle liegt bei $x = 2$

$$0 = x^4 + 11x^3 - 92x + 80 \quad | \, x_1 = 2$$

$$\Big(x^4 + 11x^3 - 92x + 80 \Big) \div \Big(x - 2 \Big) = x^3 + 13x^2 + 26x - 40$$

$$\begin{array}{r} -x^4 + 2x^3 \\ \hline 13x^3 \\ -13x^3 + 26x^2 \\ \hline 26x^2 - 92x \\ -26x^2 + 52x \\ \hline -40x + 80 \\ 40x - 80 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$0 = x^3 + 13x^2 + 26x - 40 \quad | \, x_2 = 1 \text{ (Probieren)}$$

$$\Big(x^3 + 13x^2 + 26x - 40 \Big) \div \Big(x - 1 \Big) = x^2 + 14x + 40$$

$$\begin{array}{r} -x^3 + x^2 \\ \hline 14x^2 + 26x \\ -14x^2 + 14x \\ \hline 40x - 40 \\ -40x + 40 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$0 = x^2 + 14x + 40$$

$$x_{3/4} = -7 \pm \sqrt{7^2 - 40}$$

$$x_3 = -4 \quad \vee \quad x_4 = -10$$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

b) $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4$ eine Nullstelle liegt bei $x = -1$

$$
\begin{aligned}
0 &= x^3 - 3x^2 + 4 \quad | \, x_1 = -1 \\
\Big(x^3 - 3x^2 \quad + 4 \Big) &\div \Big(x + 1 \Big) = x^2 - 4x + 4 \\
\underline{-x^3 - x^2} & \\
-4x^2 & \\
\underline{4x^2 + 4x} & \\
4x + 4 & \\
\underline{-4x - 4} & \\
0 &
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
0 &= x^2 - 4x + 4 \\
x_{2/3} &= 2 \pm \sqrt{2^2 - 4} \\
&= 2 \pm 0 \\
x_2 &= 2
\end{aligned}
$$

$x_2 = 2$ ist eine doppelte Nullstelle.

c) $f(x) = x^5 - 2x^4 - 5x^3 + 6x^2$ eine Nullstelle liegt bei $x = -2$

$$
\begin{aligned}
0 &= x^5 - 2x^4 - 5x^3 + 6x^2 \quad | \, x_1 = -2 \\
\Big(x^5 - 2x^4 - 5x^3 + 6x^2 \Big) &\div \Big(x + 2 \Big) = x^4 - 4x^3 + 3x^2 \\
\underline{-x^5 - 2x^4} & \\
-4x^4 - 5x^3 & \\
\underline{4x^4 + 8x^3} & \\
3x^3 + 6x^2 & \\
\underline{-3x^3 - 6x^2} & \\
0 &
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
0 &= x^4 - 4x^3 + 3x^2 \quad | \, x_2 = 1 \text{ (Probieren)} \\
\Big(x^4 - 4x^3 + 3x^2 \Big) &\div \Big(x - 1 \Big) = x^3 - 3x^2 \\
\underline{-x^4 + x^3} & \\
-3x^3 + 3x^2 & \\
\underline{3x^3 - 3x^2} & \\
0 &
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
0 &= x^3 - 3x^2 \\
&= x^2(x - 3) \quad | \, x_3 = 0
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
0 &= x - 3 \quad | \, +3 \\
x_4 &= 3
\end{aligned}
$$

$x_3 = 0$ ist eine doppelte Nullstelle.

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

d) $f(x) = x^4 - 10x^2 + 9$ eine Nullstelle liegt bei $x = 3$

$$0 = x^4 - 10x^2 + 9 \quad | \, x_1 = 3$$

$$\begin{array}{rl}
\Big(\quad x^4 & - 10x^2 \qquad + 9 \Big) \div \Big(x - 3 \Big) = x^3 + 3x^2 - x - 3 \\
\underline{- x^4 + 3x^3} & \\
3x^3 & - 10x^2 \\
\underline{- 3x^3 \; + 9x^2} & \\
- x^2 & \\
\underline{x^2 - 3x} & \\
- 3x + 9 & \\
\underline{3x - 9} & \\
0 &
\end{array}$$

$$0 = x^3 + 3x^2 - x - 3 \quad | \, x_2 = 1 \text{ (Probieren)}$$

$$\begin{array}{rl}
\Big(\quad x^3 + 3x^2 & - x - 3 \Big) \div \Big(x - 1 \Big) = x^2 + 4x + 3 \\
\underline{- x^3 \; + x^2} & \\
4x^2 & - x \\
\underline{- 4x^2 + 4x} & \\
3x - 3 & \\
\underline{- 3x + 3} & \\
0 &
\end{array}$$

$$0 = x^2 + 4x + 3$$

$$x_{3/4} = -2 \pm \sqrt{2^2 - 3}$$

$$x_3 = -1 \quad \vee \quad x_4 = -3$$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

e) $f(x) = -3x^4 + 30x^2 - 27$ eine Nullstelle liegt bei $x = -3$

$$0 = -3x^4 + 30x^2 - 27 \quad | \, x_1 = -3$$

$$\Big(-3x^4 + 30x^2 - 27 \Big) \div \Big(x + 3 \Big) = -3x^3 + 9x^2 + 3x - 9$$

$$\begin{array}{r} -3x^4 + 9x^3 \\ \hline 9x^3 + 30x^2 \\ -9x^3 - 27x^2 \\ \hline 3x^2 \\ -3x^2 - 9x \\ \hline -9x - 27 \\ 9x + 27 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$0 = -3x^3 + 9x^2 + 3x - 9 \quad | \, x_2 = -1 \text{ (Probieren)}$$

$$\Big(-3x^3 + 9x^2 + 3x - 9 \Big) \div \Big(x + 1 \Big) = -3x^2 + 12x - 9$$

$$\begin{array}{r} -3x^3 + 3x^2 \\ \hline 12x^2 + 3x \\ -12x^2 - 12x \\ \hline -9x - 9 \\ 9x + 9 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{aligned} 0 &= -3x^2 + 12x - 9 \quad | :(-3) \\ &= x^2 - 4x + 3 \\ x_{3/4} &= 2 \pm \sqrt{2^2 - 3} \\ x_3 = 3 \quad &\vee \quad x_4 = 1 \end{aligned}$$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

f) $f(x) = -2x^3 + \frac{136}{15}x^2 + \frac{62}{15}x - \frac{168}{5}$ eine Nullstelle liegt bei $x = 4$

$$0 = -2x^3 + \frac{136}{15}x^2 + \frac{62}{15}x - \frac{168}{5} \quad | \, x_1 = 4$$

$$\left(-2x^3 + \tfrac{136}{15}x^2 + \tfrac{62}{15}x - \tfrac{168}{5} \right) \div \left(x - 4 \right) = -2x^2 + \tfrac{16}{15}x + \tfrac{42}{5}$$

$$\begin{array}{r} 2x^3 \quad -8x^2 \\ \hline \tfrac{16}{15}x^2 + \tfrac{62}{15}x \\ -\tfrac{16}{15}x^2 + \tfrac{64}{15}x \\ \hline \tfrac{42}{5}x - \tfrac{168}{5} \\ -\tfrac{42}{5}x + \tfrac{168}{5} \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{aligned} 0 &= -2x^2 + \frac{16}{15}x + \frac{42}{5} && | \, :(-2) \\ &= x^2 - \frac{8}{15}x - \frac{21}{5} \\ x_{2/3} &= \frac{4}{15} \pm \sqrt{\left(\frac{4}{15}\right)^2 + \frac{21}{5}} \\ x_2 &= \frac{7}{3} \approx 2.333 \quad \vee \quad x_3 = -\frac{9}{5} = -1.8 \end{aligned}$$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**