DAS MATHEBUCH – Lösung zu Aufgabe biHr7K

Bei einem Sommerfestival wird der Einlass über Scanner geregelt. Zu Beginn der Öffnung entsteht eine Warteschlange. Das Organisationsteam modelliert die Anzahl der wartenden Personen durch

$$W(t) = 0.002t^3 - 0.23t^2 + 6t + 36$$

mit $0 \leq t \leq 80$ und t in Minuten nach Öffnung.

a) Die Leitung will „auf Nummer sicher“ gehen: Der Personalwechsel soll 10 Minuten nach dem ersten vollständigen Abbau der Schlange erfolgen. Bestimmen Sie den Zeitpunkt.

$$\begin{aligned} 0 &= 0.002t^3 - 0.23t^2 + 6t + 36 && | :0.002 \\ &= t^3 - 115t^2 + 3000t + 18000 && | \, t_1 = -5 \end{aligned}$$

Das Horner-Schema kann hier aus technischen Gründen nur mit der Variable x dargestellt werden. Sie können selbstverständlich mit t rechnen.

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & -115 & 3000 & 18000 \\ -5 & & -5 & 600 & -18000 \\ \hline & 1 & -120 & 3600 & 0 \end{array}$$

$$\begin{aligned} 0 &= t^2 - 120t + 3600 \\ t_{2/3} &= 60 \pm \sqrt{60^2 - 3600} \\ t_2 &= 60 \end{aligned}$$

$t_1 = -5$ liegt außerhalb des Definitionsbereichs. Die Schlange ist also nach 60 Minuten zum ersten Mal vollständig abgebaut. Der Personalwechsel soll 10 Minuten später stattfinden:

$$60 + 10 = 70$$

Der Personalwechsel sollte 70 Minuten nach Öffnung erfolgen.

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

b) Aus Sicherheitsgründen dürfen in der Schlange nicht mehr als 90 Personen gleichzeitig anstehen. Muss das Sicherheitskonzept überarbeitet werden oder passt die Vorgabe?

$$W'(t) = 0.006t^2 - 0.46t + 6$$
$$W''(t) = 0.012t - 0.46$$

notw. Bed.: $W'(t) = 0$

$$\begin{aligned} 0 &= 0.006t^2 - 0.46t + 6 && | \cdot 500 \\ 0 &= 3t^2 - 230t + 3000 && | :3 \\ &= t^2 - \frac{230}{3}t + 1000 \end{aligned}$$
$$t_{1/2} = \frac{115}{3} \pm \sqrt{\left(\frac{115}{3}\right)^2 - 1000}$$
$$t_1 = 60 \quad \vee \quad t_2 = \frac{50}{3} \approx 16.667$$

hinr. Bed.: $W'(t) = 0 \quad \wedge \quad W''(t) \neq 0$

$$W''(60) = 0.012 \cdot 60 - 0.46 = 0.26 > 0 \qquad \Rightarrow \text{TP}$$
$$W''(16.667) = 0.012 \cdot 16.667 - 0.46 \approx -0.26 < 0 \qquad \Rightarrow \text{HP}$$

y-Wert: $W(t) = y$

$$W(16.667) \approx 81.370 \qquad \Rightarrow \text{HP}(16.67 \mid 81.37)$$

Randwerte:

$$W(0) = 36$$
$$W(80) = 0.002 \cdot 80^3 - 0.23 \cdot 80^2 + 6 \cdot 80 + 36 = 68$$

Die Warteschlange ist nach etwa 16.67 Minuten mit rund 81 Personen am längsten. Da $81.37 < 90$ gilt, wird die Vorgabe eingehalten. Das Sicherheitskonzept muss nicht überarbeitet werden.

c) Ein Mitarbeiter wettet: „Zu Beginn des Beobachtungszeitraums stehen mehr Personen in der Schlange als am Ende.“ Hat er die Wette gewonnen?

$$W(0) = 0.002 \cdot 0^3 - 0.23 \cdot 0^2 + 6 \cdot 0 + 36 = 36$$
$$W(80) = 0.002 \cdot 80^3 - 0.23 \cdot 80^2 + 6 \cdot 80 + 36 = 68$$

Zu Beginn stehen 36 Personen in der Schlange, am Ende 68 Personen. Die Behauptung ist falsch, der Mitarbeiter hat die Wette nicht gewonnen.

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**