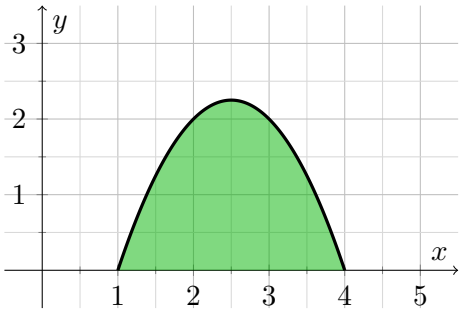
DAS MATHEBUCH – Lösung zu Aufgabe bHWZx8

Berechnen Sie den Flächeninhalt der markierten Fläche.

a) $f(x) = -x^2 + 5x - 4$



Zunächst werden die Nullstellen als Integrationsgrenzen bestimmt:

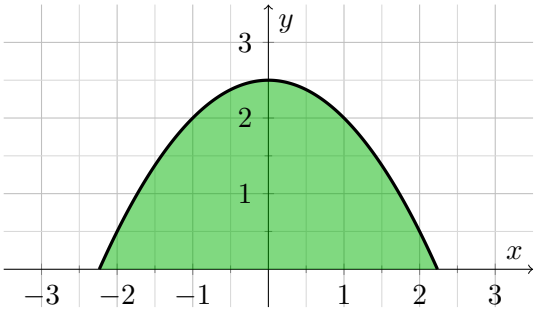
$$\begin{aligned} f(x) &= 0 \\ 0 &= -x^2 + 5x - 4 \qquad | :(-1) \\ 0 &= x^2 - 5x + 4 \\ x_{1/2} &= 2.5 \pm \sqrt{2.5^2 - 4} \\ x_1 &= 4 \quad \vee \quad x_2 = 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A &= \int_1^4 (-x^2 + 5x - 4)\, dx \\ &= \left[-\frac{1}{3}x^3 + 2.5x^2 - 4x \right]_1^4 \\ &= -\frac{1}{3} \cdot 4^3 + 2.5 \cdot 4^2 - 4 \cdot 4 - \left(-\frac{1}{3} \cdot 1^3 + 2.5 \cdot 1^2 - 4 \cdot 1 \right) \\ &= -\frac{64}{3} + 40 - 16 - \left(-\frac{1}{3} + 2.5 - 4 \right) \\ &= \frac{8}{3} - \left(-\frac{11}{6} \right) \\ &= 4.5 \end{aligned}$$

Der Flächeninhalt beträgt 4.5 FE.

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

b) $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 2.5$



Zunächst werden die Nullstellen als Integrationsgrenzen bestimmt:

$$\begin{aligned} f(x) &= 0 \\ 0 &= -0.5x^2 + 2.5 && | +0.5x^2 \\ 0.5x^2 &= 2.5 && | :0.5 \\ x^2 &= 5 && | \sqrt{\ } \\ x_1 = \sqrt{5} \approx 2.236 \quad &\vee \quad x_2 = -\sqrt{5} \approx -2.236 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A &= \int_{-\sqrt{5}}^{\sqrt{5}} \left(-0.5x^2 + 2.5\right)\, dx \\ &= \left[-\frac{1}{6}x^3 + 2.5x\right]_{-\sqrt{5}}^{\sqrt{5}} \\ &= -\frac{1}{6} \cdot \left(\sqrt{5}\right)^3 + 2.5 \cdot \sqrt{5} - \left(-\frac{1}{6} \cdot \left(-\sqrt{5}\right)^3 + 2.5 \cdot \left(-\sqrt{5}\right)\right) \\ &= \frac{5}{3}\sqrt{5} - \left(-\frac{5}{3}\sqrt{5}\right) \\ &= \frac{10}{3}\sqrt{5} \approx 7.454 \end{aligned}$$

Der Flächeninhalt beträgt etwa 7.454 FE.

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**