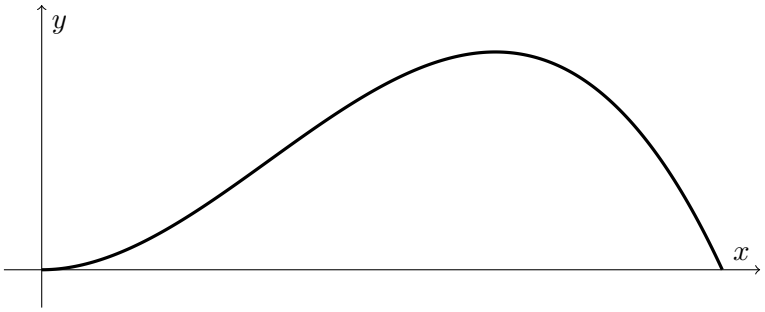
DAS MATHEBUCH – Lösung zu Aufgabe bDKKqJ

Die Funktion $f(x)$ beschreibt näherungsweise die Flugbahn eines Balls bei einem Freistoß:

$$f(x) = -\frac{1}{300}x^3 + \frac{9}{150}x^2$$



a) Bestimmen Sie den höchsten Punkt der Flugbahn und geben Sie die maximale Höhe des Balls an.

$$f'(x) = -\frac{1}{100}x^2 + \frac{3}{25}x$$
$$f''(x) = -\frac{1}{50}x + \frac{3}{25}$$

notw. Bed.: $f'(x) = 0$

$$\begin{aligned} 0 &= -\frac{1}{100}x^2 + \frac{3}{25}x \\ &= x\left(-\frac{1}{100}x + \frac{3}{25}\right) \quad | \; x_1 = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 0 &= -\frac{1}{100}x + \frac{3}{25} && | \; +\frac{1}{100}x \\ \frac{1}{100}x &= \frac{3}{25} && | \; :\frac{1}{100} \\ x_2 &= 12 \end{aligned}$$

hinr. Bed.: $f'(x) = 0 \quad \wedge \quad f''(x) \neq 0$

$$f''(0) = \frac{3}{25} > 0 \qquad \Rightarrow \text{TP}$$
$$f''(12) = -\frac{3}{25} < 0 \qquad \Rightarrow \text{HP}$$

y-Wert: $f(x) = y$

$$f(12) = -\frac{1}{300} \cdot 12^3 + \frac{9}{150} \cdot 12^2 = 2.88 \qquad \Rightarrow \text{HP}(12 \mid 2.88)$$

Der höchste Punkt der Flugbahn ist also HP(12 | 2.88). Die maximale Höhe des Balls beträgt 2.88 m.

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

b) In 9.15 m Entfernung steht eine 2 m hohe Abwehrmauer. Prüfen Sie mithilfe der Funktion, ob der Ball die Mauer überquert.

$$f(9.15) = -\frac{1}{300} \cdot 9.15^3 + \frac{9}{150} \cdot 9.15^2 \approx 2.470$$

Da $2.470 > 2$ gilt, fliegt der Ball über die Mauer. Er überquert sie mit einem Abstand von etwa $2.470\,\text{m} - 2\,\text{m} = 0.47\,\text{m}$.

c) Ermitteln Sie die Entfernung vom Abschusspunkt, bei der der Ball den Boden erreicht.

$$\begin{aligned} 0 &= -\frac{1}{300}x^3 + \frac{9}{150}x^2 \\ &= x^2\left(-\frac{1}{300}x + \frac{9}{150}\right) \quad | \, x_1 = 0 \\ \\ 0 &= -\frac{1}{300}x + \frac{9}{150} \quad | + \frac{1}{300}x \\ \frac{1}{300}x &= \frac{9}{150} \quad | : \frac{1}{300} \\ x_2 &= 18 \end{aligned}$$

Der Ball erreicht also nach 18 m wieder den Boden.

d) Der Ball trifft bei der Landung nicht senkrecht auf, sondern unter einem bestimmten Winkel zur Horizontalen. Bestimmen Sie den Auftreffwinkel α des Balls mit dem Boden (Achtung: Hier wird das Ergebnis aus Teilaufgabe c) benötigt).

Aus c) ist bekannt, dass der Ball bei $x = 18$ auf dem Boden auftrifft. Die Steigung an dieser Stelle ist:

$$f'(18) = -\frac{1}{100} \cdot 18^2 + \frac{3}{25} \cdot 18 = -1.08$$

Für den Auftreffwinkel zur Horizontalen gilt:

$$\alpha = \tan^{-1}(-1.08) \approx -47.203^\circ$$

Der Ball trifft also unter einem Winkel von etwa 47.20° auf dem Boden auf.

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**