DAS MATHEBUCH – Lösung zu Aufgabe aDNYHZ

Vervollständigen Sie die folgende Tabelle.

	Normalform	Scheitelpunktform	Scheitelpunkt	Nullstellen
a)	$f(x) = 2x^2 + 3x - 5$			
b)		$f(x) = 2(x - 2.5)^2 + 5.5$		
c)			$S(0.5 \mid -2.45)$	$x_1 = -3,\ x_2 = 4$
d)	$f(x) = -0.3x^2 - 3x - 6$			
e)		$f(x) = 3(x - \frac{3}{10})^2 + \frac{3}{50}$		
f)			$S(1 \mid 1.5)$	$x_1 = 0,\ x_2 = 2$
g)	$f(x) = -0.25x^2 + 3x - 6$			
h)		$f(x) = 4(x - 4.5)^2 + 19$		
i)			$S(0 \mid 8)$	$x_1 = -4,\ x_2 = 4$
j)	$f(x) = \frac{1}{4}x^2 + 5x + 14$			
k)		$f(x) = -\frac{4}{10}(x - \frac{15}{4})^2 + \frac{13}{8}$		
l)			$S(-1 \mid 13.5)$	$x_1 = -4,\ x_2 = 2$
m)	$f(x) = \frac{1}{3}x^2 - 3x + 8$			
n)		$f(x) = -2(x - 2.5)^2 - 5.5$		
o)			$S(1 \mid -4)$	$x_1 = -1,\ x_2 = 3$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

	Normalform	**Scheitelpunktform**	**Scheitelpunkt**	**Nullstellen**
a)	$f(x) = 2x^2 + 3x - 5$	$f(x) = 2(x + 0.75)^2 - 6.125$	$S(-0.75 \mid -6.125)$	$x_1 = 1,\ x_2 = -2.5$
b)	$f(x) = 2x^2 - 10x + 18$	$f(x) = 2(x - 2.5)^2 + 5.5$	$S(2.5 \mid 5.5)$	keine
c)	$f(x) = 0.2x^2 - 0.2x - 2.4$	$f(x) = 0.2(x - 0.5)^2 - 2.45$	$S(0.5 \mid -2.45)$	$x_1 = -3,\ x_2 = 4$
d)	$f(x) = -0.3x^2 - 3x - 6$	$f(x) = -0.3(x + 5)^2 + 1.5$	$S(-5 \mid 1.5)$	$x_1 \approx -2.764,\ x_2 \approx -7.236$
e)	$f(x) = 3x^2 - 1.8x + 0.33$	$f(x) = 3(x - \frac{3}{10})^2 + \frac{3}{50}$	$S(0.3 \mid 0.06)$	keine
f)	$f(x) = -1.5x^2 + 3x$	$f(x) = -1.5(x - 1)^2 + 1.5$	$S(1 \mid 1.5)$	$x_1 = 0,\ x_2 = 2$
g)	$f(x) = -0.25x^2 + 3x - 6$	$f(x) = -0.25(x - 6)^2 + 3$	$S(6 \mid 3)$	$x_1 \approx 9.464,\ x_2 \approx 2.536$
h)	$f(x) = 4x^2 - 36x + 100$	$f(x) = 4(x - 4.5)^2 + 19$	$S(4.5 \mid 19)$	keine
i)	$f(x) = -0.5x^2 + 8$	$f(x) = -0.5(x - 0)^2 + 8$	$S(0 \mid 8)$	$x_1 = -4,\ x_2 = 4$
j)	$f(x) = \frac{1}{4}x^2 + 5x + 14$	$f(x) = 0.25(x + 10)^2 - 11$	$S(-10 \mid -11)$	$x_1 \approx -3.367,\ x_2 \approx -16.633$
k)	$f(x) = -0.4x^2 + 3x - 4$	$f(x) = -\frac{4}{10}(x - \frac{15}{4})^2 + \frac{13}{8}$	$S(3.75 \mid 1.625)$	$x_1 \approx 5.766,\ x_2 \approx 1.734$
l)	$f(x) = -1.5x^2 - 3x + 12$	$f(x) = -1.5(x + 1)^2 + 13.5$	$S(-1 \mid 13.5)$	$x_1 = -4,\ x_2 = 2$
m)	$f(x) = \frac{1}{3}x^2 - 3x + 8$	$f(x) = \frac{1}{3}(x - 4.5)^2 + 1.25$	$S(4.5 \mid 1.25)$	keine
n)	$f(x) = -2x^2 + 10x - 18$	$f(x) = -2(x - 2.5)^2 - 5.5$	$S(2.5 \mid -5.5)$	keine
o)	$f(x) = x^2 - 2x - 3$	$f(x) = (x - 1)^2 - 4$	$S(1 \mid -4)$	$x_1 = -1,\ x_2 = 3$

Rechenwege siehe Folgeseiten.

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

a) $f(x) = 2x^2 + 3x - 5$

$$\begin{aligned} f(x) &= 2x^2 + 3x - 5 \\ &= 2(x^2 + 1.5x) - 5 \\ &= 2(x^2 + 1.5x + 0.75^2 - 0.75^2) - 5 \\ &= 2\left((x + 0.75)^2 - 0.75^2\right) - 5 \\ &= 2(x + 0.75)^2 - 1.125 - 5 \\ &= 2(x + 0.75)^2 - 6.125 \\ &\Rightarrow S(-0.75 \mid -6.125) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(x) &= 0 \\ 2(x + 0.75)^2 - 6.125 &= 0 && \mid +6.125 \\ 2(x + 0.75)^2 &= 6.125 && \mid :2 \\ (x + 0.75)^2 &= 3.0625 && \mid \sqrt{} \\ x + 0.75 &= \pm 1.75 && \mid -0.75 \\ x_1 = 1 \quad &\vee \quad x_2 = -2.5 \end{aligned}$$

b) $f(x) = 2(x - 2.5)^2 + 5.5$

$$\begin{aligned} f(x) &= 2(x - 2.5)^2 + 5.5 \\ &= 2(x^2 - 5x + 6.25) + 5.5 \\ &= 2x^2 - 10x + 12.5 + 5.5 \\ &= 2x^2 - 10x + 18 \\ &\Rightarrow S(2.5 \mid 5.5) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(x) &= 0 \\ 0 &= 2x^2 - 10x + 18 && \mid :2 \\ 0 &= x^2 - 5x + 9 \\ x_{1/2} &= 2.5 \pm \sqrt{2.5^2 - 9} \\ &= 2.5 \pm \sqrt{-2.75} \end{aligned}$$

Der Term unter der Wurzel ist negativ. ⇒ keine Nullstellen

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

c) $S(0.5 \mid -2.45), \quad x_1 = -3, \quad x_2 = 4$

$$\begin{aligned}
f(x) &= a(x-0.5)^2 - 2.45 \\
f(4) &= 0 \\
a(4-0.5)^2 - 2.45 &= 0 && \mid +2.45 \\
a \cdot 3.5^2 &= 2.45 \\
12.25a &= 2.45 && \mid :12.25 \\
a &= 0.2 \\
&\Rightarrow f(x) = 0.2(x-0.5)^2 - 2.45
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
f(x) &= 0.2(x-0.5)^2 - 2.45 \\
&= 0.2(x^2 - x + 0.25) - 2.45 \\
&= 0.2x^2 - 0.2x + 0.05 - 2.45 \\
&= 0.2x^2 - 0.2x - 2.4
\end{aligned}$$

d) $f(x) = -0.3x^2 - 3x - 6$

$$\begin{aligned}
f(x) &= -0.3x^2 - 3x - 6 \\
&= -0.3(x^2 + 10x) - 6 \\
&= -0.3(x^2 + 10x + 25 - 25) - 6 \\
&= -0.3\left((x+5)^2 - 25\right) - 6 \\
&= -0.3(x+5)^2 + 7.5 - 6 \\
&= -0.3(x+5)^2 + 1.5 \\
&\Rightarrow S(-5 \mid 1.5)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
f(x) &= 0 \\
-0.3(x+5)^2 + 1.5 &= 0 && \mid -1.5 \\
-0.3(x+5)^2 &= -1.5 && \mid :(-0.3) \\
(x+5)^2 &= 5 && \mid \sqrt{\ } \\
x + 5 &= \pm\sqrt{5} && \mid -5 \\
x_1 &\approx -2.764 \quad \vee \quad x_2 \approx -7.236
\end{aligned}$$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

e) $f(x) = 3\left(x - \frac{3}{10}\right)^2 + \frac{3}{50}$

$$\begin{aligned} f(x) &= 3(x-0.3)^2 + 0.06 \\ &= 3(x^2 - 0.6x + 0.09) + 0.06 \\ &= 3x^2 - 1.8x + 0.27 + 0.06 \\ &= 3x^2 - 1.8x + 0.33 \\ &\Rightarrow S(0.3 \mid 0.06) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(x) &= 0 \\ 0 &= 3x^2 - 1.8x + 0.33 \qquad \mid :3 \\ 0 &= x^2 - 0.6x + 0.11 \\ x_{1/2} &= 0.3 \pm \sqrt{0.3^2 - 0.11} \\ &= 0.3 \pm \sqrt{-0.02} \end{aligned}$$

Der Term unter der Wurzel ist negativ. $\Rightarrow$ keine Nullstellen

f) $S(1 \mid 1.5), \quad x_1 = 0, \quad x_2 = 2$

$$\begin{aligned} f(x) &= a(x-1)^2 + 1.5 \\ f(0) &= 0 \\ a(0-1)^2 + 1.5 &= 0 \qquad \mid -1.5 \\ a &= -1.5 \\ &\Rightarrow f(x) = -1.5(x-1)^2 + 1.5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(x) &= -1.5(x-1)^2 + 1.5 \\ &= -1.5(x^2 - 2x + 1) + 1.5 \\ &= -1.5x^2 + 3x - 1.5 + 1.5 \\ &= -1.5x^2 + 3x \end{aligned}$$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

g) $f(x) = -0.25x^2 + 3x - 6$

$$\begin{aligned} f(x) &= -0.25x^2 + 3x - 6 \\ &= -0.25(x^2 - 12x) - 6 \\ &= -0.25(x^2 - 12x + 36 - 36) - 6 \\ &= -0.25\left((x-6)^2 - 36\right) - 6 \\ &= -0.25(x-6)^2 + 9 - 6 \\ &= -0.25(x-6)^2 + 3 \\ &\Rightarrow S(6 \mid 3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(x) &= 0 \\ -0.25(x-6)^2 + 3 &= 0 && \mid -3 \\ -0.25(x-6)^2 &= -3 && \mid :(-0.25) \\ (x-6)^2 &= 12 && \mid \sqrt{\ } \\ x - 6 &= \pm\sqrt{12} && \mid +6 \\ x_1 \approx 9.464 \quad &\vee \quad x_2 \approx 2.536 \end{aligned}$$

h) $f(x) = 4(x - 4.5)^2 + 19$

$$\begin{aligned} f(x) &= 4(x-4.5)^2 + 19 \\ &= 4(x^2 - 9x + 20.25) + 19 \\ &= 4x^2 - 36x + 81 + 19 \\ &= 4x^2 - 36x + 100 \\ &\Rightarrow S(4.5 \mid 19) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(x) &= 0 \\ 4(x-4.5)^2 + 19 &= 0 && \mid -19 \\ 4(x-4.5)^2 &= -19 && \mid :4 \\ (x-4.5)^2 &= -4.75 && \mid \sqrt{\ } \\ x - 4.5 &= \pm\sqrt{-4.75} \end{aligned}$$

Der Term unter der Wurzel ist negativ. ⇒ keine Nullstellen

i) $S(0 \mid 8), \quad x_1 = -4, \quad x_2 = 4$

$$\begin{aligned} f(x) &= a(x-0)^2 + 8 \\ f(4) &= 0 \\ a(4-0)^2 + 8 &= 0 && \mid -8 \\ 16a &= -8 && \mid :16 \\ a &= -0.5 \\ &\Rightarrow f(x) = -0.5(x-0)^2 + 8 = -0.5x^2 + 8 \end{aligned}$$

Normalform und Scheitelpunktform stimmen hier überein.

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

j) $f(x) = \frac{1}{4}x^2 + 5x + 14$

$$\begin{aligned} f(x) &= 0.25x^2 + 5x + 14 \\ &= 0.25(x^2 + 20x) + 14 \\ &= 0.25(x^2 + 20x + 100 - 100) + 14 \\ &= 0.25\left((x+10)^2 - 100\right) + 14 \\ &= 0.25(x+10)^2 - 25 + 14 \\ &= 0.25(x+10)^2 - 11 \\ &\Rightarrow S(-10 \mid -11) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(x) &= 0 \\ 0.25(x+10)^2 - 11 &= 0 && \mid +11 \\ 0.25(x+10)^2 &= 11 && \mid :0.25 \\ (x+10)^2 &= 44 && \mid \sqrt{\ } \\ x + 10 &= \pm\sqrt{44} && \mid -10 \\ x_1 \approx -3.367 \quad &\vee \quad x_2 \approx -16.633 \end{aligned}$$

k) $f(x) = -\frac{4}{10}\left(x - \frac{15}{4}\right)^2 + \frac{13}{8}$

$$\begin{aligned} f(x) &= -0.4(x - 3.75)^2 + 1.625 \\ &= -0.4(x^2 - 7.5x + 14.0625) + 1.625 \\ &= -0.4x^2 + 3x - 5.625 + 1.625 \\ &= -0.4x^2 + 3x - 4 \\ &\Rightarrow S(3.75 \mid 1.625) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(x) &= 0 \\ -0.4(x-3.75)^2 + 1.625 &= 0 && \mid -1.625 \\ -0.4(x-3.75)^2 &= -1.625 && \mid :(-0.4) \\ (x-3.75)^2 &= 4.0625 && \mid \sqrt{\ } \\ x - 3.75 &= \pm\sqrt{4.0625} && \mid +3.75 \\ x_1 \approx 5.766 \quad &\vee \quad x_2 \approx 1.734 \end{aligned}$$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

l) $S(-1 \mid 13.5), \quad x_1 = -4, \quad x_2 = 2$

$$\begin{aligned} f(x) &= a(x+1)^2 + 13.5 \\ f(2) &= 0 \\ a(2+1)^2 + 13.5 &= 0 && \mid -13.5 \\ 9a &= -13.5 && \mid :9 \\ a &= -1.5 \\ &\Rightarrow f(x) = -1.5(x+1)^2 + 13.5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(x) &= -1.5(x+1)^2 + 13.5 \\ &= -1.5(x^2 + 2x + 1) + 13.5 \\ &= -1.5x^2 - 3x - 1.5 + 13.5 \\ &= -1.5x^2 - 3x + 12 \end{aligned}$$

m) $f(x) = \frac{1}{3}x^2 - 3x + 8$

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{1}{3}x^2 - 3x + 8 \\ &= \frac{1}{3}(x^2 - 9x) + 8 \\ &= \frac{1}{3}(x^2 - 9x + 4.5^2 - 4.5^2) + 8 \\ &= \frac{1}{3}\left((x-4.5)^2 - 4.5^2\right) + 8 \\ &= \frac{1}{3}(x-4.5)^2 - 6.75 + 8 \\ &= \frac{1}{3}(x-4.5)^2 + 1.25 \\ &\Rightarrow S(4.5 \mid 1.25) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(x) &= 0 \\ \frac{1}{3}(x-4.5)^2 + 1.25 &= 0 && \mid -1.25 \\ \frac{1}{3}(x-4.5)^2 &= -1.25 && \mid \cdot 3 \\ (x-4.5)^2 &= -3.75 && \mid \sqrt{} \\ x - 4.5 &= \pm\sqrt{-3.75} \end{aligned}$$

Der Term unter der Wurzel ist negativ. $\Rightarrow$ keine Nullstellen

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

n) $f(x) = -2(x-2.5)^2 - 5.5$

$$\begin{aligned} f(x) &= -2(x-2.5)^2 - 5.5 \\ &= -2(x^2 - 5x + 6.25) - 5.5 \\ &= -2x^2 + 10x - 12.5 - 5.5 \\ &= -2x^2 + 10x - 18 \\ &\Rightarrow S(2.5 \mid -5.5) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(x) &= 0 \\ -2(x-2.5)^2 - 5.5 &= 0 && \mid +5.5 \\ -2(x-2.5)^2 &= 5.5 && \mid :(-2) \\ (x-2.5)^2 &= -2.75 && \mid \sqrt{\ } \\ x - 2.5 &= \pm\sqrt{-2.75} \end{aligned}$$

Der Term unter der Wurzel ist negativ. $\Rightarrow$ keine Nullstellen

o) $S(1 \mid -4), \quad x_1 = -1, \quad x_2 = 3$

$$\begin{aligned} f(x) &= a(x-1)^2 - 4 \\ f(-1) &= 0 \\ a(-1-1)^2 - 4 &= 0 && \mid +4 \\ 4a &= 4 && \mid :4 \\ a &= 1 \\ &\Rightarrow f(x) = (x-1)^2 - 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(x) &= (x-1)^2 - 4 \\ &= x^2 - 2x + 1 - 4 \\ &= x^2 - 2x - 3 \end{aligned}$$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**