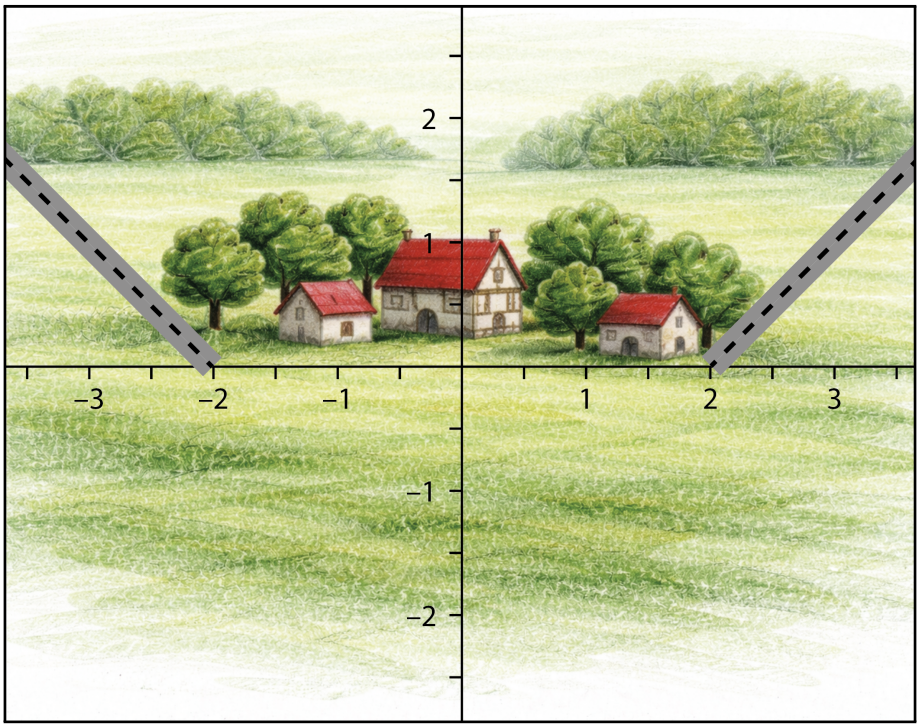
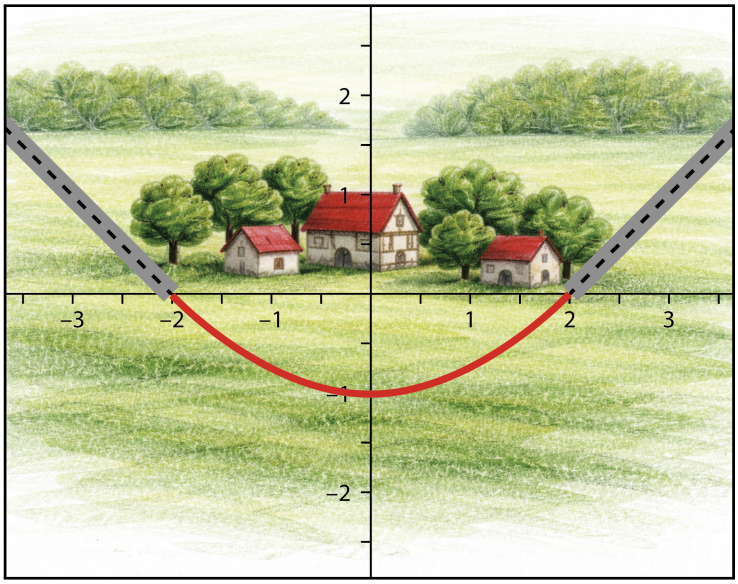
DAS MATHEBUCH – Lösung zu Aufgabe Zv9UXT

Bei der Erschließung eines neuen Baugebiets soll eine vorhandene Sackgasse mit der Zufahrtsstraße zum Neubaugebiet verbunden werden. Damit der Übergang möglichst „sauber“ und ohne abrupte Richtungswechsel gelingt, soll die neue Verbindungsstraße gut an die bestehenden Straßenstücke anschließen.
Dazu wurde eine Planungsskizze in ein Koordinatensystem übertragen. Die Planer von Straßen.NRW legen fest, dass die Verbindungsstraße parabelförmig verlaufen und durch den Punkt $P(0 \mid -1)$ führen soll.



a) Skizzieren Sie den ungefähren Verlauf der Verbindungsstraße in die Planungsskizze.



DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

b) Geben Sie anschließend eine mögliche Funktionsgleichung an, die diesen Verlauf beschreibt.

Die Verbindungsstraße schließt an den Enden der Straßenstücke in den Punkten $(-2 \mid 0)$ und $(2 \mid 0)$ an und verläuft durch $P(0 \mid -1)$.

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

$$f(0) = -1 \quad \Rightarrow \quad -1 = a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c \quad = c$$

$$\Rightarrow f(x) = ax^2 + bx - 1$$

$$\begin{aligned} f(-2) = 0 \quad &\Rightarrow \quad 0 = a \cdot (-2)^2 + b \cdot (-2) - 1 \quad &= 4a - 2b - 1 \quad &\mid +1 \\ f(2) = 0 \quad &\Rightarrow \quad 0 = a \cdot 2^2 + b \cdot 2 - 1 \quad &= 4a + 2b - 1 \quad &\mid +1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{I} \quad & 4a - 2b = 1 \\ \text{II} \quad & 4a + 2b = 1 \end{aligned}$$

$$\left(\begin{array}{cc|c} 4 & -2 & 1 \\ 4 & 2 & 1 \end{array}\right) \quad \text{II} - \text{I}$$

$$\left(\begin{array}{cc|c} 4 & -2 & 1 \\ 0 & 4 & 0 \end{array}\right)$$

$$\begin{aligned} \text{II} \quad & 4b = 0 \quad &\mid :4 \\ & b = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{I} \quad & 4a - 2 \cdot 0 = 1 \\ & 4a = 1 \quad &\mid :4 \\ & a = 0.25 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow f(x) = 0.25x^2 - 1$$

Alternativlösung über die Scheitelpunktform

Wegen der Symmetrie der Planungsskizze ist $P(0 \mid -1)$ der Scheitelpunkt $S(0 \mid -1)$.

$$\begin{aligned} f(x) &= a(x-0)^2 - 1 \\ f(2) &= 0 \\ a(2-0)^2 - 1 &= 0 \quad &\mid +1 \\ 4a &= 1 \quad &\mid :4 \\ a &= 0.25 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow f(x) = 0.25x^2 - 1$$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**