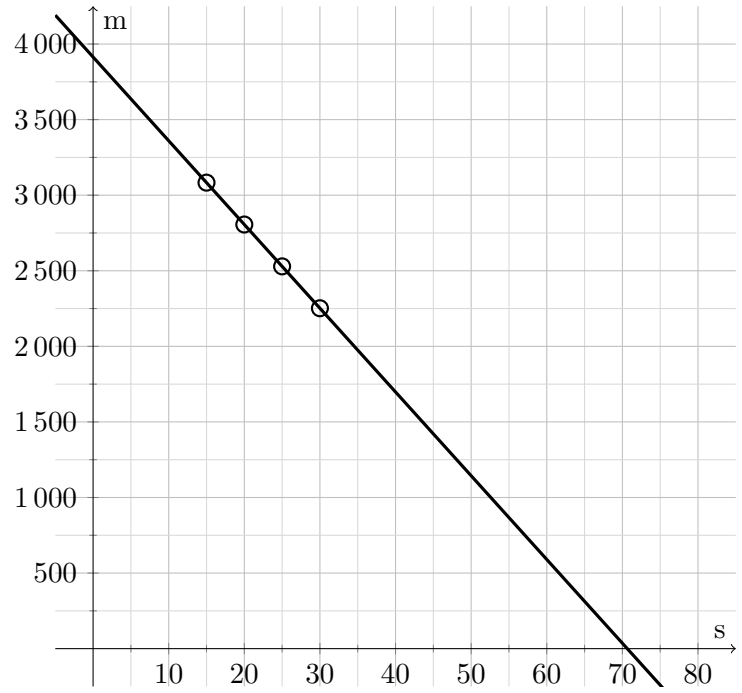
DAS MATHEBUCH – Lösung zu Aufgabe YEYTVf

Mike verbringt seine Freizeit oft mit Fallschirmspringen. Nach dem Absprung misst er mithilfe eines Höhenmessers zu verschiedenen Zeitpunkten seine aktuelle Höhe über dem Erdboden. Die gemessenen Daten sind in der folgenden Tabelle dargestellt:

Fallzeit in s	15	20	25	30
Höhe in m	3083	2806	2529	2252

a) Erstellen Sie ein Koordinatensystem, in dem Sie die Zeit t auf die waagerechte Achse und die Höhe h auf die senkrechte Achse legen. Beschriften und skalieren Sie die Achsen entsprechend. Tragen Sie die Werte aus der Tabelle als Punkte so gut es geht in das Koordinatensystem ein und überprüfen Sie optisch, ob die Punkte auf einer Geraden liegen.
(Koordinatensystem: x-Achse: $0 \leq x \leq 80$, mit $1\,\text{cm} = 10\,\text{s}$ Fallzeit; y-Achse: $0 \leq y \leq 4000$, mit $1\,\text{cm} = 500\,\text{m}$ Höhe)



Die vier Punkte liegen auf einer Geraden.

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

b) Überprüfen Sie auch rechnerisch, ob es sich um eine lineare Funktion handelt, die den Zusammenhang zwischen Zeit und Höhe darstellt.

Geradengleichung mit den ersten beiden Punkten aus der Tabelle aufstellen:

$$A(15 \mid 3083) \qquad B(20 \mid 2806)$$

$$\begin{aligned} m &= \frac{2806 - 3083}{20 - 15} = \frac{-277}{5} = -55.4 \\ h(t) &= -55.4t + b \\ h(15) &= 3083 \\ -55.4 \cdot 15 + b &= 3083 \\ -831 + b &= 3083 \qquad | +831 \\ b &= 3914 \\ \Rightarrow h(t) &= -55.4t + 3914 \end{aligned}$$

Prüfung der beiden übrigen Tabellenwerte:

$$\begin{aligned} h(25) &= -55.4 \cdot 25 + 3914 = 2529 \\ h(30) &= -55.4 \cdot 30 + 3914 = 2252 \end{aligned}$$

Da die Wertepaare mit denen in der Tabelle übereinstimmen, liegt ein linearer Zusammenhang vor.

c) Geben Sie die Steigung der Funktion und ihre Maßeinheit an. Welche Bedeutung hat dieser Wert für den Fallschirmsprung? Rechnen Sie in km/h um.

$$\begin{aligned} m &= -55.4 \, \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ 55.4 \, \frac{\text{m}}{\text{s}} &= 55.4 \cdot 3.6 \, \frac{\text{km}}{\text{h}} = 199.44 \, \frac{\text{km}}{\text{h}} \end{aligned}$$

Die Steigung beträgt $m = -55.4$. Da die Fallzeit in Sekunden und die Höhe in Metern angegeben ist, hat die Steigung die Einheit m/s. Die Höhe nimmt pro Sekunde um 55.4 m ab, die Fallgeschwindigkeit beträgt also 55.4 m/s. Das entspricht einer Geschwindigkeit von 199.44 km/h.

d) Geben Sie den y-Achsenabschnitt der Funktion an und erläutern Sie, was dieser Wert über die Höhe des Fallschirmspringers aussagt.

$$b = h(0) = 3914$$

Der y-Achsenabschnitt beträgt $b = 3914$. Das entspricht der theoretischen Höhe zu Beginn der Messung, also zum Zeitpunkt $t = 0$.

e) Die tatsächliche Absprunghöhe betrug im Vergleich zum Ergebnis aus Teilaufgabe d) eigentlich nur 3500 m. Können Sie sich diese Differenz zum berechneten Wert erklären?

In den ersten Sekunden ist der Fallschirmspringer noch deutlich langsamer. Er wird von der Erdanziehungskraft beschleunigt, bis er nach ein paar Sekunden aufgrund des Luftwiderstandes seine maximale Fallgeschwindigkeit erreicht.

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

f) Berechnen Sie die Höhe des Fallschirmspringers nach 43 s. Überprüfen Sie Ihre Ergebnisse mit dem Graphen.

$$\begin{aligned} h(43) &= -55.4 \cdot 43 + 3914 \\ &= -2382.2 + 3914 \\ &= 1531.8 \end{aligned}$$

Nach 43 Sekunden hat der Fallschirmspringer eine Höhe von 1531.8 m erreicht. Am Graphen liest man bei $t = 43$ etwa $h \approx 1500$ ab.

g) Finden Sie heraus, nach welcher Fallzeit Mike seinen Fallschirm in einer Höhe von 800 m öffnen muss.

$$\begin{aligned} h(t) &= 800 \\ -55.4t + 3914 &= 800 \quad | -3914 \\ -55.4t &= -3114 \quad | :(-55.4) \\ t &\approx 56.209 \end{aligned}$$

Nach rund 56.21 Sekunden muss er seinen Fallschirm öffnen.

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**