DAS MATHEBUCH – Lösung zu Aufgabe XxAFTw

In einer jungen, modernen Werbeagentur werden für eine Social-Media-Kampagne mehrere Varianten parallel entwickelt. Ziel ist es, die Variante zu finden, die bei der Zielgruppe am besten funktioniert. Für jede Version wird die effektive Zielgruppen-Wirkung $W(x)$ (z. B. Netto-Reichweite) in Abhängigkeit von einer Steuergröße x modelliert (z. B. Budgetstufe).
Solche parallelen Tests werden im Marketing häufig als A/B-Tests bezeichnet: Dabei werden zwei (oder mehr) Varianten einer Anzeige, Landingpage oder Kampagnenidee zeitgleich ausgespielt und anschließend anhand messbarer Kennzahlen verglichen. Streng genommen ist „A/B“ der Vergleich von genau zwei Varianten; in der Praxis werden jedoch oft mehrere Varianten gleichzeitig getestet (A/B/n-Test). Die zugrunde liegende Idee bleibt gleich: Unterschiede in der Wirkung sollen datenbasiert sichtbar gemacht werden.
Eine Nullstelle einer Wirkungsfunktion bedeutet in diesem Kontext: Für diesen Wert von x ist die effektive Wirkung gleich 0. Solche Punkte sind wichtig, weil sie kritische Schwellenwerte markieren – also Werte, bei denen eine Kampagne keinen Nutzen bringt (oder gerade „kippt“) und daher angepasst oder neu bewertet werden sollte. Für die vier Kampagnenversionen gelten folgende Modelle:

- $A(x) = x^2 - 6x + 8$
- $B(x) = x^3 - 5x^2 + 2x + 8$
- $C(x) = 2x^3 - x^2 - 6x$
- $D(x) = 0.5x^4 - 5x^2 + 4.5$

Bestimmen Sie für jede Kampagnenversion aus der Situationsbeschreibung die Werte der Steuergröße x, bei denen die Zielgruppenwirkung $W(x)$ gleich 0 ist. Erläutern Sie anschließend kurz die Bedeutung dieser Werte im Kampagnenkontext (z. B. als Budget-/Intensitätsstufen ohne effektive Wirkung).

A:

$$\begin{aligned} 0 &= x^2 - 6x + 8 \\ x_{1/2} &= 3 \pm \sqrt{3^2 - 8} \\ x_1 = 4 \quad &\vee \quad x_2 = 2 \end{aligned}$$

B:

$$0 = x^3 - 5x^2 + 2x + 8 \quad | \, x_1 = -1$$

$$\begin{array}{r|cccc} & 1 & -5 & 2 & 8 \\ -1 & & -1 & 6 & -8 \\ \hline & 1 & -6 & 8 & 0 \end{array}$$

$$\begin{aligned} 0 &= x^2 - 6x + 8 \\ x_{2/3} &= 3 \pm \sqrt{3^2 - 8} \\ x_2 = 4 \quad &\vee \quad x_3 = 2 \end{aligned}$$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

C:

$$\begin{aligned} 0 &= 2x^3 - x^2 - 6x \\ &= x(2x^2 - x - 6) \qquad | \, x_1 = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 0 &= 2x^2 - x - 6 \qquad | \, :2 \\ &= x^2 - 0.5x - 3 \\ x_{2/3} &= 0.25 \pm \sqrt{0.25^2 + 3} \\ x_2 &= 2 \quad \vee \quad x_3 = -1.5 \end{aligned}$$

D:

$$\begin{aligned} 0 &= 0.5x^4 - 5x^2 + 4.5 && | \, :0.5 \\ &= x^4 - 10x^2 + 9 && | \, x^2 = z \\ &= z^2 - 10z + 9 \\ z_{1/2} &= 5 \pm \sqrt{5^2 - 9} \\ z_1 = 9 \quad \vee \quad z_2 &= 1 && | \, x = \sqrt{z} \\ x_1 = 3 \quad \vee \quad x_2 = -3 \quad \vee \quad x_3 &= 1 \quad \vee \quad x_4 = -1 \end{aligned}$$

Im Sachkontext sind nur die positiven Werte der Steuergröße sinnvoll. Damit ergibt sich für die Budgetstufen

$$\begin{aligned} A(x)&: \quad x = 2, \ 4 \\ B(x)&: \quad x = 2, \ 4 \\ C(x)&: \quad x = 2 \\ D(x)&: \quad x = 1, \ 3 \end{aligned}$$

eine Zielgruppenwirkung von null.
Diese Werte sind kritische Budget- bzw. Intensitätsstufen, bei denen die jeweilige Kampagne im Modell gerade keine effektive Wirkung auf die Zielgruppe erzielt.

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**