DAS MATHEBUCH – Lösung zu Aufgabe XZy6F4

Für die Funktion $f(x) = 2x^3 - x^2 - 8x + 3$ soll die lokale Änderungsrate an der Stelle $x = 1$ näherungsweise bestimmt werden. Berechnen Sie dazu zunächst die Sekantensteigungen in den Intervallen $[1; 1.5]$, $[1; 1.1]$ und $[1; 1.01]$ und geben Sie einen Schätzwert für die Tangentensteigung in $x = 1$ an.

$$\begin{aligned}
m_{[1;1.5]} &= \frac{f(1.5) - f(1)}{1.5 - 1} \\
&= \frac{\left(2 \cdot 1.5^3 - 1.5^2 - 8 \cdot 1.5 + 3\right) - \left(2 \cdot 1^3 - 1^2 - 8 \cdot 1 + 3\right)}{0.5} \\
&= \frac{(6.75 - 2.25 - 12 + 3) - (2 - 1 - 8 + 3)}{0.5} \\
&= \frac{-4.5 - (-4)}{0.5} \\
&= \frac{-0.5}{0.5} \\
&= -1
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
m_{[1;1.1]} &= \frac{f(1.1) - f(1)}{1.1 - 1} \\
&= \frac{\left(2 \cdot 1.1^3 - 1.1^2 - 8 \cdot 1.1 + 3\right) - \left(2 \cdot 1^3 - 1^2 - 8 \cdot 1 + 3\right)}{0.1} \\
&= \frac{(2.662 - 1.21 - 8.8 + 3) - (2 - 1 - 8 + 3)}{0.1} \\
&= \frac{-4.348 - (-4)}{0.1} \\
&= \frac{-0.348}{0.1} \\
&= -3.48
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
m_{[1;1.01]} &= \frac{f(1.01) - f(1)}{1.01 - 1} \\
&= \frac{\left(2 \cdot 1.01^3 - 1.01^2 - 8 \cdot 1.01 + 3\right) - \left(2 \cdot 1^3 - 1^2 - 8 \cdot 1 + 3\right)}{0.01} \\
&= \frac{(2.060602 - 1.0201 - 8.08 + 3) - (2 - 1 - 8 + 3)}{0.01} \\
&= \frac{-4.039498 - (-4)}{0.01} \\
&= \frac{-0.039498}{0.01} \\
&= -3.9498
\end{aligned}$$

Die Sekantensteigungen nähern sich dem Wert -4 an. Die Tangentensteigung in $x = 1$ ist daher näherungsweise -4.

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**