DAS MATHEBUCH – Lösung zu Aufgabe XQzz29

Ein Backmittelhersteller testet zwei Maschinen, Maschine X und Maschine Y, um Mehl automatisch mit einem Sollgewicht von 500 g in Tüten abzufüllen. Nach einer Messreihe mit beiden Maschinen ergab sich folgende Verteilung der Füllgewichte. Entscheiden Sie mithilfe statistischer Kennzahlen, welche der beiden Maschinen das Sollgewicht von 500 g besser einhält, und begründen Sie Ihre Wahl.

Füllgewicht in g	495	498	500	503	505	506
h (Maschine X)	0.06	0.20	0.45	0.18	0.08	0.03
h (Maschine Y)	0.08	0.18	0.50	0.15	0.07	0.02

Arithmetische Mittel (mit den relativen Häufigkeiten):

$$\begin{aligned}\bar{x}_X &= 495 \cdot 0.06 + 498 \cdot 0.20 + 500 \cdot 0.45 + 503 \cdot 0.18 + 505 \cdot 0.08 + 506 \cdot 0.03 \\ &= 29.7 + 99.6 + 225 + 90.54 + 40.4 + 15.18 = 500.42\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\bar{x}_Y &= 495 \cdot 0.08 + 498 \cdot 0.18 + 500 \cdot 0.50 + 503 \cdot 0.15 + 505 \cdot 0.07 + 506 \cdot 0.02 \\ &= 39.6 + 89.64 + 250 + 75.45 + 35.35 + 10.12 = 500.16\end{aligned}$$

Standardabweichungen:

$$\begin{aligned}s_X &= \sqrt{0.06 \cdot (495 - 500.42)^2 + 0.20 \cdot (498 - 500.42)^2 + \ldots + 0.03 \cdot (506 - 500.42)^2} \\ &= \sqrt{0.06 \cdot 5.42^2 + 0.20 \cdot 2.42^2 + 0.45 \cdot 0.42^2 + 0.18 \cdot 2.58^2 + 0.08 \cdot 4.58^2 + 0.03 \cdot 5.58^2} \\ &\approx \sqrt{1.7626 + 1.1713 + 0.0794 + 1.1982 + 1.6781 + 0.9341} \\ &\approx \sqrt{6.82} \approx 2.61\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}s_Y &= \sqrt{0.08 \cdot (495 - 500.16)^2 + 0.18 \cdot (498 - 500.16)^2 + \ldots + 0.02 \cdot (506 - 500.16)^2} \\ &= \sqrt{0.08 \cdot 5.16^2 + 0.18 \cdot 2.16^2 + 0.50 \cdot 0.16^2 + 0.15 \cdot 2.84^2 + 0.07 \cdot 4.84^2 + 0.02 \cdot 5.84^2} \\ &\approx \sqrt{2.1300 + 0.8398 + 0.0128 + 1.2098 + 1.6398 + 0.6821} \\ &\approx \sqrt{6.51} \approx 2.55\end{aligned}$$

Abweichung der Mittelwerte vom Sollgewicht:

$$\begin{aligned}\text{Maschine X:} \quad & 500.42 - 500 = 0.42 \\ \text{Maschine Y:} \quad & 500.16 - 500 = 0.16\end{aligned}$$

Maschine Y hat den Mittelwert näher an 500 g ($0.16 < 0.42$) und die geringere Streuung ($s_Y \approx 2.55 < s_X \approx 2.61$). Daher ist sie die zu bevorzugende Maschine.

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**