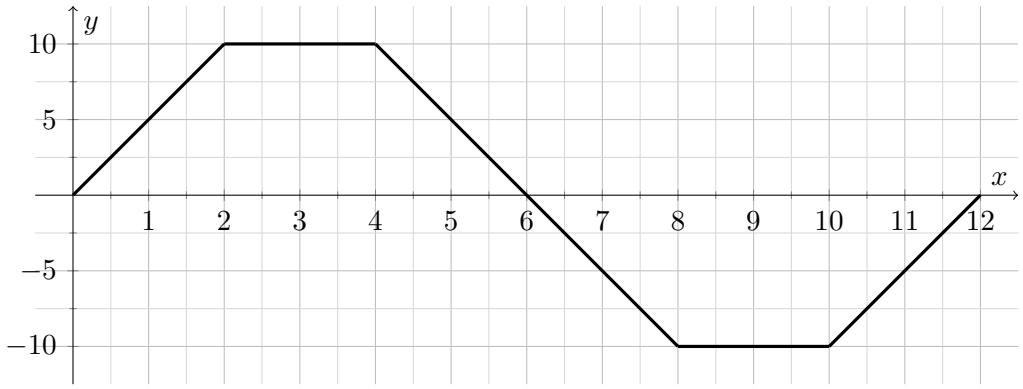
DAS MATHEBUCH – Lösung zu Aufgabe WN7Y1e

Am 26.11.1966 wurde an der Mündung des Flusses Rance bei Saint-Malo in Frankreich ein technisches Pionierprojekt eröffnet: das erste Gezeitenkraftwerk der Welt. Es nutzt den regelmäßigen Wechsel von Ebbe und Flut. Bei Flut strömt Meerwasser in ein großes Speicherbecken, bei Ebbe fließt es wieder zurück ins Meer. Dabei wird das Wasser jeweils durch Turbinen geleitet, die die Strömungsenergie in elektrische Energie umwandeln.
Das Schaubild stellt diesen Vorgang vereinfacht dar und zeigt die Zuflussrate d des Meerwassers in den Speicher in Abhängigkeit von der Zeit (x-Achse: Zeit in Stunden; y-Achse: Zufluss in Mio. m^3/h).



Damit das Modell rechnerisch gut bearbeitet werden kann, wird der reale Verlauf hier bewusst vereinfacht dargestellt: In Wirklichkeit würde die Zuflussrate während Ebbe und Flut nicht „zackig“ wechseln, sondern eher gleichmäßig an- und absteigen. Anschaulich erinnert dieser natürliche Verlauf an eine wellenförmige Kurve, etwa wie bei einer Sinusfunktion.
Um dennoch einen praktikablen Kompromiss zwischen Realität und Lösbarkeit zu erhalten, kann die Zuflussrate des obigen Sachkontextes modellhaft durch die folgende Funktion beschrieben werden:

$$f(x) = 0.136x^3 - 2.44x^2 + 9.78x$$

Beziehen Sie sich in dieser Aufgabe auf den oben abgebildeten eckigen Graphen.

a) Ermitteln Sie, um wie viele Millionen Kubikmeter sich die Wassermenge im Speicher nach 6 Stunden gegenüber dem Beginn verändert hat.

Die Fläche zwischen Graph und x-Achse von $x = 0$ bis $x = 6$ setzt sich aus einem Dreieck, einem Rechteck und einem weiteren Dreieck zusammen (Abzählen der Kästchen liefert dasselbe Ergebnis):

$$\begin{aligned} A &= \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 10 + 2 \cdot 10 + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 10 \\ &= 10 + 20 + 10 \\ &= 40 \end{aligned}$$

Die Wassermenge im Speicher hat sich nach 6 Stunden um 40 Mio. m^3 Meerwasser erhöht.

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

b) Zeigen Sie mit einer Begründung, dass nach 12 Stunden wieder genau dieselbe Wassermenge im Speicher vorliegt wie zu Beginn der Betrachtung.

Von $x = 6$ bis $x = 12$ liegt der Graph unterhalb der x-Achse. Die Fläche ist genauso groß wie in Teilaufgabe a):

$$A = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 10 + 2 \cdot 10 + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 10 = 40$$

Von $x = 6$ bis $x = 12$ fließen also ebenfalls 40 Mio. m^3 ab. Damit ist genau die Wassermenge, die zuvor in den Speicher hineingeflossen ist, wieder abgeflossen, sodass nach 12 Stunden wieder derselbe Füllstand wie zu Beginn vorliegt.

c) Untersuchen Sie, in welchem Zeitabschnitt die gespeicherte Wassermenge am stärksten ansteigt.

Von $x = 2$ bis $x = 4$ ist der Zufluss mit konstant 10 Mio. m^3 pro Stunde am größten. In diesem Zeitabschnitt steigt die gespeicherte Wassermenge daher am stärksten an.

d) Bestimmen Sie, zu welchem Zeitpunkt der Speicher den größten Füllstand erreicht.

Bis $x = 6$ ist die Zuflussrate positiv, danach negativ. Nach 6 Stunden ist daher der größte Füllstand erreicht, da die Wassermenge im Speicher ab diesem Zeitpunkt wieder abnimmt.

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**