DAS MATHEBUCH – Lösung zu Aufgabe W5V1Ag

Schauen Sie sich die Situationsbeschreibung zu Beginn dieses Kapitels nochmal an.

> *Nina und Mike lieben es, gemeinsam mit ihren Rennrädern durch die Natur zu fahren. Eines Tages beschlossen sie, ein kleines Wettrennen zu machen. Die Aufgabe war, so schnell wie möglich eine gerade Strecke von 100 Metern zu fahren. Beide bemerkten dabei, dass sie am Anfang erst beschleunigen mussten, bis sie schneller wurden. Als sie schließlich ihre Höchstgeschwindigkeit erreichten, konnten sie diese jedoch nicht die ganze Strecke halten und wurden wieder langsamer. Nach dem Wettrennen fragte sich Nina: „Warum hat sich unsere Geschwindigkeit nicht konstant verhalten? Und wie könnte man diesen Verlauf, von langsam bis schnell und wieder langsam, mathematisch beschreiben?“ Mike überlegte kurz und sagte: „Vielleicht hat das etwas mit einer Kurve zu tun, die wie eine Parabel aussieht. Wir sollten uns das genauer anschauen!“*

Nina und Mike haben bei ihrem Fahrrad-Wettrennen festgestellt, dass ihre Geschwindigkeit während der 100 Meter langen Strecke nicht konstant war. Zu Beginn beschleunigten sie, erreichten nach genau der Hälfte der Strecke ihre Höchstgeschwindigkeit von etwa 35 km/h (≈ 9.72 m/s) und wurden danach wieder langsamer, bis sie nach genau 100 Metern zum Stillstand kamen. Die Geschwindigkeit $v(x)$ (in m/s) hängt von der zurückgelegten Strecke x (in Metern) ab und soll mithilfe einer quadratischen Funktion der Form $f(x) = a(x-d)^2 + e$ beschrieben werden.

a) Bestimmen Sie die zugehörige Funktionsgleichung $v(x)$.

Höchstgeschwindigkeit: $S(50 \mid 9.72)$, Stillstand: $P(100 \mid 0)$

$$v(x) = a(x-d)^2 + e = a(x-50)^2 + 9.72$$

$$\begin{aligned} v(100) &= 0 \\ a(100-50)^2 + 9.72 &= 0 && \mid -9.72 \\ a \cdot 50^2 &= -9.72 && \mid :50^2 \\ a &= -\frac{9.72}{50^2} = -0.003888 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow v(x) = -0.003888(x-50)^2 + 9.72$$

b) Berechnen Sie die Geschwindigkeit für $x = 25$ sowie $x = 90$ und rechnen Sie in km/h um.

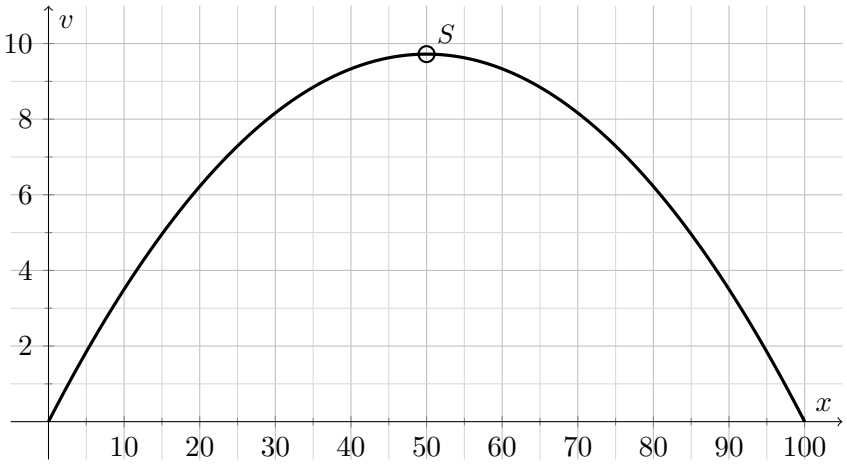
$$\begin{aligned} v(25) &= -0.003888 \cdot (25-50)^2 + 9.72 = 7.29 \\ &\Rightarrow 7.29\,\text{m/s} \cdot 3.6 \approx 26.24\,\text{km/h} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v(90) &= -0.003888 \cdot (90-50)^2 + 9.72 \approx 3.50 \\ &\Rightarrow 3.50\,\text{m/s} \cdot 3.6 = 12.6\,\text{km/h} \end{aligned}$$

Nach 25 m fahren die beiden etwa 26.24 km/h, nach 90 m nur noch etwa 12.6 km/h.

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

c) Zeichnen Sie den Graphen der Funktion $v(x)$ im Bereich $0 \leq x \leq 100$. Markieren Sie den Punkt der Höchstgeschwindigkeit.



DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**