DAS MATHEBUCH – Lösung zu Aufgabe Vqm5Mi

Bestimmen Sie jeweils das Integral zwischen den beiden Funktionsgraphen im angegebenen Intervall. Nutzen Sie dazu eine geeignete Differenzfunktion und integrieren Sie über das vorgegebene Intervall.

a) $f(x) = -0.5x^2 + 3x + 1, \quad g(x) = x + 1, \quad$ Intervall: $[0; 4]$

$$\begin{aligned} d(x) &= f(x) - g(x) \\ &= -0.5x^2 + 3x + 1 - (x + 1) \\ &= -0.5x^2 + 3x + 1 - x - 1 \\ &= -0.5x^2 + 2x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A &= \int_0^4 (-0.5x^2 + 2x)\,dx \\ &= \left[-\frac{1}{6}x^3 + x^2\right]_0^4 \\ &= -\frac{1}{6} \cdot 4^3 + 4^2 - 0 \\ &= -\frac{32}{3} + 16 \\ &= \frac{16}{3} \approx 5.333 \end{aligned}$$

b) $f(x) = 0.25x^2 - 2x + 6, \quad g(x) = -x + 2, \quad$ Intervall: $[1; 5]$

$$\begin{aligned} d(x) &= f(x) - g(x) \\ &= 0.25x^2 - 2x + 6 - (-x + 2) \\ &= 0.25x^2 - 2x + 6 + x - 2 \\ &= 0.25x^2 - x + 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A &= \int_1^5 (0.25x^2 - x + 4)\,dx \\ &= \left[\frac{1}{12}x^3 - 0.5x^2 + 4x\right]_1^5 \\ &= \frac{1}{12} \cdot 5^3 - 0.5 \cdot 5^2 + 4 \cdot 5 - \left(\frac{1}{12} \cdot 1^3 - 0.5 \cdot 1^2 + 4 \cdot 1\right) \\ &= \frac{215}{12} - \frac{43}{12} \\ &= \frac{43}{3} \approx 14.333 \end{aligned}$$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

c) $f(x) = -x^2 + 6x, \quad g(x) = 2x, \quad$ Intervall: $[0; 3]$

$$\begin{aligned} d(x) &= f(x) - g(x) \\ &= -x^2 + 6x - 2x \\ &= -x^2 + 4x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A &= \int_0^3 (-x^2 + 4x)\, dx \\ &= \left[-\frac{1}{3}x^3 + 2x^2 \right]_0^3 \\ &= -\frac{1}{3} \cdot 3^3 + 2 \cdot 3^2 - 0 \\ &= -9 + 18 \\ &= 9 \end{aligned}$$

d) $f(x) = x^2 - 4x + 5, \quad g(x) = 2, \quad$ Intervall: $[0; 4]$

$$\begin{aligned} d(x) &= f(x) - g(x) \\ &= x^2 - 4x + 5 - 2 \\ &= x^2 - 4x + 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A &= \int_0^4 (x^2 - 4x + 3)\, dx \\ &= \left[\frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x \right]_0^4 \\ &= \frac{1}{3} \cdot 4^3 - 2 \cdot 4^2 + 3 \cdot 4 - 0 \\ &= \frac{64}{3} - 32 + 12 \\ &= \frac{4}{3} \approx 1.333 \end{aligned}$$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

e) $f(x) = -0.25x^2 + 2x + 4, \quad g(x) = x, \quad$ Intervall: $[0; 6]$

$$\begin{aligned} d(x) &= f(x) - g(x) \\ &= -0.25x^2 + 2x + 4 - x \\ &= -0.25x^2 + x + 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A &= \int_0^6 (-0.25x^2 + x + 4)\, dx \\ &= \left[-\frac{1}{12}x^3 + 0.5x^2 + 4x \right]_0^6 \\ &= -\frac{1}{12} \cdot 6^3 + 0.5 \cdot 6^2 + 4 \cdot 6 - 0 \\ &= -18 + 18 + 24 \\ &= 24 \end{aligned}$$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**