DAS MATHEBUCH – Lösung zu Aufgabe VKfvT7

Die Ruhr bei Schwerte kann bei Bedarf am Pumpwerk Westhofen für Wartungsarbeiten abgelassen werden. Auf den Bildern sehen Sie den gleichen Abschnitt der Ruhr in vollem und in abgelassenem Zustand. Das Flussbett kann in vereinfachter Weise als Parabel modelliert werden.

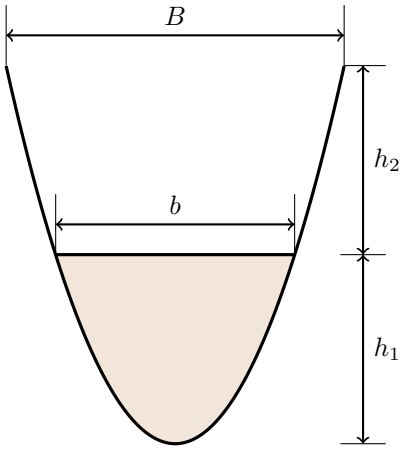
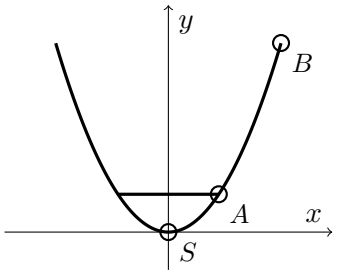


Abbildung 1: Sowohl die (abgeänderte) Aufgabenstellung als auch die Zeichnung zum Pumpwerk Westhofen basieren auf einer Quelle unbekannten Ursprungs. Bei urheberrechtlichen Ansprüchen wird die Quelle selbstverständlich ergänzt oder das Material entfernt

a) Welche Breite B hat die Ruhr an dieser Stelle, wenn folgende Abmessungen bekannt sind: $h_1 = 0.5\,\text{m}$, $h_2 = 2\,\text{m}$ und $b = 4\,\text{m}$



$S(0 \mid 0), \quad A(2 \mid 0.5), \quad B(x \mid 2.5)$

$$
\begin{aligned}
f(x) &= ax^2 \\
f(2) &= 0.5 \\
a \cdot 2^2 &= 0.5 \\
4a &= 0.5 && \mid :4 \\
a &= 0.125 \\
&\Rightarrow f(x) = 0.125x^2
\end{aligned}
$$

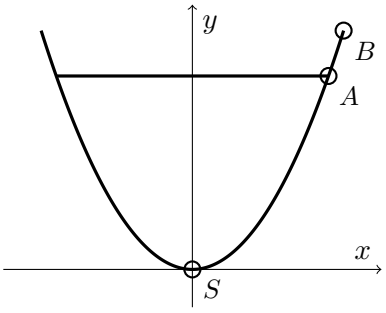
$$
\begin{aligned}
f(x) &= 2.5 \\
0.125x^2 &= 2.5 && \mid :0.125 \\
x^2 &= 20 && \mid \sqrt{} \\
x_1 \approx 4.472 \quad &\vee \quad x_2 \approx -4.472
\end{aligned}
$$

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

$$B = 2 \cdot 4.472 = 8.944$$

Die Ruhr hat an dieser Stelle eine Breite von $B \approx 8.94\,\text{m}$.

b) Wie tief ist ein 4 m breiter Ruhrabschnitt am Hengster Talsperren-Wehr insgesamt, wenn 30 cm unterhalb der Oberkante die Wasserbreite 3.60 m ist?



$S(0 \mid 0), \quad A(1.8 \mid y), \quad B(2 \mid y + 0.3)$

Mit $f(x) = ax^2$ erhalten wir für die Punkte A und B:

$$\begin{aligned}
\text{I} \quad & y = a \cdot 1.8^2 = 3.24a \\
\text{II} \quad & y + 0.3 = a \cdot 2^2 && \mid -0.3 \\
\text{II}' \quad & y = 4a - 0.3 \\
\text{I} = \text{II}' \quad & 3.24a = 4a - 0.3 && \mid -4a \\
& -0.76a = -0.3 && \mid :(-0.76) \\
& a = \frac{15}{38} \\
& \Rightarrow f(x) = \frac{15}{38}x^2
\end{aligned}$$

Die Gesamttiefe entspricht der Höhe der Oberkante, also dem Funktionswert am Rand bei $x = 2$:

$$f(2) = \frac{15}{38} \cdot 2^2 = \frac{30}{19} \approx 1.579$$
$$f(1.8) = \frac{15}{38} \cdot 1.8^2 = \frac{243}{190} \approx 1.279$$

Der Ruhrabschnitt ist insgesamt rund 1.58 m tief. Das Wasser steht 30 cm unterhalb der Oberkante und ist damit rund 1.28 m tief.

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**