DAS MATHEBUCH – Lösung zu Aufgabe VJysW4

Ein Unternehmen produziert ein bestimmtes Produkt. Es fallen Fixkosten von 3 GE an. Die variablen Kosten hängen von der Produktionsmenge x (in ME) ab und werden beschrieben durch $K_V(x) = 0.3x^2 + 0.6x$. Für jede produzierte Mengeneinheit erzielt das Unternehmen einen Erlös von 3.9 GE.

a) Stellen Sie die Kostenfunktion $K(x)$, die Erlösfunktion $E(x)$ und die Gewinnfunktion $G(x)$ auf und zeichnen Sie alle drei Graphen in ein gemeinsames Koordinatensystem. (Koordinatensystem: x-Achse: $0 \leq x \leq 11$ mit $1\,\text{cm} = 1$ Einheit; y-Achse: $-5 \leq y \leq 50$ mit $1\,\text{cm} = 5$ Einheiten)

Die Kostenfunktion setzt sich aus fixen und variablen Kosten zusammen:

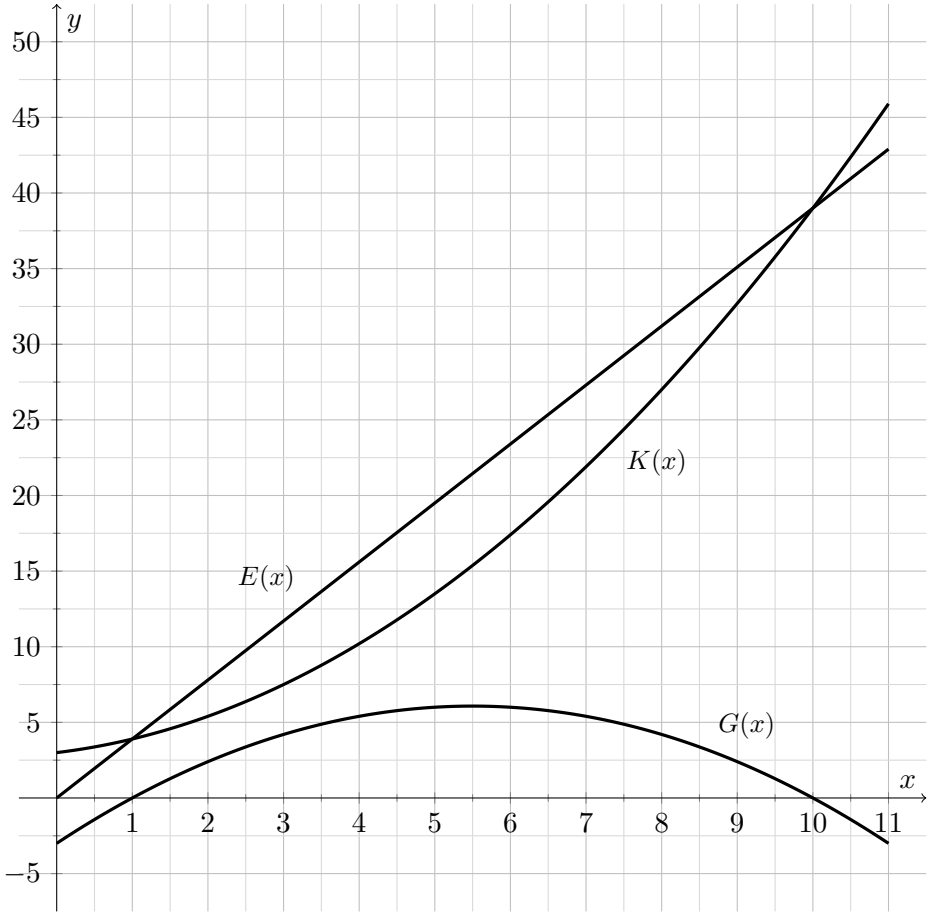
$$\begin{aligned} K(x) &= K_V(x) + 3 \\ &= 0.3x^2 + 0.6x + 3 \end{aligned}$$

Da pro Mengeneinheit ein Erlös von 3.9 GE erzielt wird, gilt:

$$E(x) = 3.9x$$

Für die Gewinnfunktion folgt:

$$\begin{aligned} G(x) &= E(x) - K(x) \\ &= 3.9x - (0.3x^2 + 0.6x + 3) \\ &= 3.9x - 0.3x^2 - 0.6x - 3 \\ &= -0.3x^2 + 3.3x - 3 \end{aligned}$$



DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**

b) Ermitteln Sie die Produktionsmengen, bei denen das Unternehmen weder Gewinn noch Verlust macht, und deuten Sie diese Werte als Gewinnschwelle/Gewinngrenze.

$$\begin{aligned} G(x) &= 0 \\ 0 &= -0.3x^2 + 3.3x - 3 \quad | :(-0.3) \\ &= x^2 - 11x + 10 \\ x_{1/2} &= 5.5 \pm \sqrt{5.5^2 - 10} \\ x_1 &= 10 \quad \vee \quad x_2 = 1 \end{aligned}$$

Die Gewinnschwelle liegt bei $x = 1$ ME und die Gewinngrenze bei $x = 10$ ME. Zwischen 1 ME und 10 ME macht das Unternehmen Gewinn, darunter und darüber Verlust.

c) Bestimmen Sie, bei welcher Produktionsmenge der Gewinn am größten ist, und berechnen Sie den maximalen Gewinn.

$$\begin{aligned} G'(x) &= -0.6x + 3.3 \\ G''(x) &= -0.6 \end{aligned}$$

notw. Bed.: $G'(x) = 0$

$$\begin{aligned} 0 &= -0.6x + 3.3 \quad | +0.6x \\ 0.6x &= 3.3 \quad | :0.6 \\ x &= 5.5 \end{aligned}$$

hinr. Bed.: $G'(x) = 0 \quad \wedge \quad G''(x) \neq 0$

$$G''(5.5) = -0.6 < 0 \qquad \Rightarrow \text{HP}$$

y-Wert: $G(x) = y$

$$G(5.5) = -0.3 \cdot 5.5^2 + 3.3 \cdot 5.5 - 3 = 6.075 \qquad \Rightarrow \text{HP}(5.5 \mid 6.08)$$

Der Gewinn ist bei einer Produktionsmenge von 5.5 ME am größten und beträgt etwa 6.08 GE.

DAS MATHEBUCH – erstellt von Sebastian Wenner
Alle Rechte vorbehalten. Das Buch als kostenloser PDF-Download und Lösungsvideos auf **dasmathebuch.de**